

粒子フィルタを用いた軟弱地盤の残留沈下予測

Prediction of residual settlement of soft grounds by using particle filter

西村伸一* 珠玖隆行** 西村友希*** 藤澤和謙**** 村上 章*****

Shin-ichi NISHIMURA, Shuku TAKAYUKI, Yuki NISHIMURA, Kazunori FUJISAWA and Akira MURAKAMI

* 正会員 博士 (農学) 岡山大学教授 大学院環境学研究科 (〒 700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

** 正会員 博士 (環境学) 岡山大学助教 大学院環境学研究科 (〒 700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

*** 非会員 修士 (環境学) (株) 荒谷建設コンサルタント (〒 730-0831 広島市中区江波西 1-25-5)

**** 正会員 博士 (農学) 岡山大学講師 大学院環境学研究科 (〒 700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

***** フェロー会員 農学博士 京都大学教授 大学院農学研究科 (〒 606-8502 京都市左京区北白川追分町)

In the performance-based design concept, the chances in which the limit state of the displacements is specified, will increase. Under the situation, the more accurate prediction of displacements will be required, and the observational approach have been developed for the soft ground engineering. In this research, as an observational method, the particle filter (PF) is employed. The PF can make the identification of the elasto-viscoplastic parameters possible. Particularly, several sampling methods to generate the particles, which mean the displacements and the pore water pressures calculated from the Monte Carlo method, are examined, and the effective method is discussed. Furthermore, not only primary consolidation parameters, but also the secondary consolidation parameters are identified in this study.

Key Words: *particle filter, residual settlement prediction, consolidation, observational method*

1. はじめに

土・基礎構造物について、性能設計の導入が検討され始めて久しい¹⁾。この中で、要求性能として、将来の限界沈下量が規定される場合も考えられる。一方で、構造物の長寿命化や維持管理が最重要課題となる時代に入ってきているともいえる。このような状況下で、土構造物の将来の残留沈下予測は、高い精度が要求されつつある。この需要に対して、土質試験方法や解析方法の発展は重要であるが、挙動観測がとくに重要であり、観測値から将来の挙動を予測する方法は非常に有効な手法になると考えられる。

本研究では、粒子フィルタ (Particle Filter)²⁾ を土・水連成弾・粘塑性有限要素解析モデルと統合することで、地盤挙動から観測施工に必要な土質パラメータの同定を試みる。粒子フィルタは一般状態空間モデルにおける高次元の状態ベクトルの推定手法として、実装の容易さから様々な応用分野へ急速に普及しつつある。どのような非線形・非ガウスモデルでも取り扱えるばかりか、アルゴリズムの簡単さから、具体的応用問題に適用可能であり、従来から、構造

解析には適用されてきた^{3), 4)}。また、近年は、著者らの研究により、地盤解析にも適用が試みられている^{5), 6), 7)}。

弾塑性解析を実施しようとする場合、その反応として得られる変位や間隙水圧は、材料パラメータに対して強い非線形性を要し、さらに、解析モデルには、弾性状態と弾塑性状態との判別が含まれ、非常に複雑なものとなる。したがって、いわゆる非線形計画法などを用いて、パラメータを同定するのは非常に困難である。それに対して、粒子フィルタは、モンテカルロ法を用いて通常の順解析を繰り返すだけであるので、最適化の複雑さを回避でき、ロバストなパラメータ同定法であるといえる。本研究は、この粒子フィルタの長所を念頭に置き、軟弱地盤の沈下予測を目的とするが、粘性を考慮することで、いわゆる二次圧密による長期残留沈下予測に手法を発展させようとするものである。

同定すべきパラメータ数が増える、すなわちパラメータ空間の次数が増加すると、正確な同定に必要なモンテカルロ法におけるサンプル数 (粒子数) が増加するという点が粒子フィルタの欠点である。したがって、より少ないモンテカルロ法のサンプル数

によって、パラメータ空間を効率よく埋めることができれば有利である。この視点から、本研究では、粒子を作成するためのサンプルの生成に、通常の一様乱数のみならず、超一様分布列⁸⁾を使用することを提案する。さらには、同様に効率性を目指すべく、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC)⁹⁾によるサンプルの生成も試みる。これらの手法は、従来から、信頼性解析への適用が試みられている。例えば、吉田らは、橋脚や斜面の損傷解析に MCMC の適用を試みている¹⁰⁾。また、篠田らは、超一様分布列を斜面信頼性解析へ適用しており¹¹⁾、サンプリング法としてのこれらの手法の有効性を確かめている。これに対して、本研究は、粒子フィルタにおけるこれら手法の有効性を確かめようというものである。最終的に、提案法の実問題への有効性を確かめるべく、神戸空港の建設時に計測された、軟弱地盤の沈下観測結果に提案手法を適用する。

2. 粒子フィルタのアルゴリズム

観測施工段階においては、経時的に得られる観測データを用いて、事前予測結果の信頼度を評価・更新する。具体的には、観測結果を精度よく説明できるパラメータを PF により同定し、それらを解析にフィードバックすることで予測の信頼度を逐次的に向上させる。

PF は、状態変数の確率分布を「粒子」と呼ばれる多数の離散サンプルで近似する、時間更新アルゴリズムを有する手法である¹²⁾。他のフィルタ理論と比較した場合、状態変数が強い非線形性を有する場合、また、確率分布が非正規分布の場合も適用可能であるという利点をもつ。

フィルタ理論では、通常、次の非線形状態空間モデルを考える。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{v}_t \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t) + \mathbf{w}_t \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、ベクトル \mathbf{x}_t , \mathbf{y}_t はそれぞれ離散時間 $t = 1, \dots, T$ におけるシステムの状態と観測データを示し、ベクトル \mathbf{v}_t と \mathbf{w}_t は、システムノイズ (本研究では $\mathbf{v}_t = 0$ と仮定する)、観測ノイズを示す。 \mathbf{F}_t は、一般に時間 $t-1$ から t までの非線形状態遷移関数を表し、本文では土・水連成有限要素モデルにより記述される。 \mathbf{H}_t は、観測値と状態変数の関係が線形であれば行列、非線形であれば関数を表す。地盤解析においては、状態ベクトル \mathbf{x}_t は変位や間隙水圧ならびに未知パラメータを示し、 \mathbf{y}_t は観測される変位や間隙水圧を示す。

PF において、状態 \mathbf{x}_t の確率密度関数は粒子からなる実現値集合 (アンサンブル) によって近似され

る。具体的に地盤解析における粒子は、解析に必要なとなる地盤定数、およびその定数を用いて得られた解析結果、変形や間隙水圧を意味する。

PF では、様々な確率分布を定義しなければならないが、例えば、 $p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1})$ は、時刻 $t-1$ におけるフィルタ分布とよばれ、実現値集合 $\{\mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(1)}, \mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(N)}\}$ により (上添字 (i) は粒子番号を表し、下添字 $t-1|t-1$ の左側は現時刻、右側は使用した観測の最後の時刻を表す) 、

$$p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(i)}) \quad (2)$$

と近似される。ここに、 δ は Dirac のデルタ関数を表し、 N は粒子数を表す。 $p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1})$ は、 $\mathbf{y}_{1:t-1}$ が観測された下で \mathbf{x}_{t-1} の生じる確率 (条件付き確率) を表す。ただし、 $\mathbf{y}_{1:t-1}$ は $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{t-1})$ を意味する。状態 \mathbf{x}_t の確率密度関数は、以下のアルゴリズムに従って、逐次的に更新される：

1) $i=1, \dots, N$ について、確率分布 $p_0(\mathbf{x})$ に従う d 次元の乱数 $\mathbf{x}_{00}^{(i)}$ を生成する。 $p_0(\mathbf{x})$ は、 \mathbf{x} の時刻 $t=0$ における初期確率分布を表し、 d は状態 \mathbf{x}_t の次元数を表す。また、PF では、各粒子が持っている重み (本研究では、解析値と観測値の適合度合いを表す) を計算するが、その初期値を $\tilde{w}_0^{(i)} = 1/N$ とする。

2) $t=1, \dots, T$ について、以下に示す (a) ~ (c) のステップを実行する。

(a) 各 i ($i=1, \dots, N$) について、i, ii を実行する。

i. $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)} = \mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(i)})$ を計算する。

ii. $l_t^{(i)} = p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)})$ を計算する。

$p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)})$ は $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)}$ が与えられた時の観測データ得

られるための条件付き確率分布を表す。 $l_t^{(i)}$ は、 $\mathbf{x}_t^{(i)}$ の観測データ \mathbf{y}_t への当てはまりの程度 (尤もらしさ) を表し、尤度と呼ばれる。

(b) $W_t = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{t-1}^{(i)} l_t^{(i)}$ を計算する。

(c) $\tilde{w}_t^{(i)} = \tilde{w}_{t-1}^{(i)} l_t^{(i)} / W_t$ を計算し、 $\mathbf{x}_t^{(i)}$ を求める ($\mathbf{x}_t^{(i)}$ は時刻 t までの観測データを使用した時の i 番目の実現値、すなわち、フィルタ分布の実現値を表す。また、 $\tilde{w}_t^{(i)}$ を時刻 t における $\mathbf{x}_t^{(i)}$ の重みと呼ぶ)。

式 (1) の観測ノイズ \mathbf{w}_t が観測誤差共分散 \mathbf{R}_t の正規分布にしたがうと仮定するならば、粒子 $\mathbf{x}_{t-1}^{(i)}$ の尤度は次式によって算定される。

$$p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t^{(i)}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^m |\mathbf{R}_t|} \exp \left[-\frac{(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}(\mathbf{x}_t^{(i)}))^T \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}(\mathbf{x}_t^{(i)}))}{2} \right] \quad (3)$$

ここで、上付きの m は \mathbf{y}_t の次元数を表す。

3. 構成モデルとパラメータ

軟弱地盤の挙動を評価するための構成式として、本研究では、残留沈下量の評価に、沈下～ $\log t$ 関係を基本にしている関口・太田モデル¹³⁾を使用することとする。関口・太田モデルは、地盤の初期誘導異方性を考慮した弾・粘塑性モデルとして知られるが、モデル特色は以下のとおりである。

$$\text{粘塑性体積ひずみ} : \varepsilon_v^p = \alpha \ln \left[1 + \frac{\dot{V}_0 t}{\alpha} \exp \left(\frac{f}{\alpha} \right) \right] \quad (4)$$

$$\text{降伏関数} : f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D\eta^* \quad (5)$$

$$D = \lambda \Lambda / [M(1 + e_0)] \quad (6)$$

$$\Lambda = 1 - \frac{\kappa}{\lambda} \quad (7)$$

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{s_{ij} - s_{ij0}}{p' - p'_0} \right) \left(\frac{s_{ij} - s_{ij0}}{p' - p'_0} \right)} \quad (8)$$

α : 二次圧縮係数, \dot{V}_0 : 初期体積ひずみ速度, λ : 圧縮指数, κ : 膨張指数, e_0 : 間隙比, M : 限界状態パラメータ, p' : 平均有効応力, p'_0 : 先行圧密応力平均有効応力, D : ダイレイタンスー係数, Λ : 不可逆比, s_{ij} : 偏差応力テンソル成分 (i, j), s_{ij0} : 先行圧密状態の偏差応力テンソル成分 (i, j)

この構成式に基づく解析に、土・水連成解法に基づく有限要素法を使用するが、本研究では、DACSAR¹⁴⁾を使用している。

4. 粒子の生成手法

本章では、粒子を生成するため、その基となる乱数と数列のサンプル生成法について説明する。本来、PF は乱数を利用する方法であるが、計算効率の上昇を目指し、乱数の他に数列も検討する。ここでは、パラメータ分布として一様分布を仮定し、これに適合する、一様乱数、超一様分布列、およびマルコフ過程モンテカルロ法に基づく一様乱数を検討する。

(1) 一様乱数

基本的なケースとして、直接モンテカルロ法を実施するが、一様乱数として最も精度が良いとされている Mersenne twister¹⁵⁾ (MT) を用いている。

(2) 超一様分布列⁸⁾

超一様分布列 (low-discrepancy sequences) とは、本来、数値積分の収束が速くなるように工夫された点列である。数列は分布を規則的に埋めるため、PF においては、より少ないサンプル数で、安定したパラメータの同定結果が得られることが期待される。下記では、数列の生成法の概略を説明する。

$b > 1$ を整数とする。整数 $n \geq 0$ に対して $m = \lceil \log_b n \rceil$ (\lceil はガウス記号) とし、基底逆関数を次式で定義する。

$$\phi_b(n) := \frac{a_0}{b} + \frac{a_1}{b^2} + \dots + \frac{a_m}{b^{m+1}} \quad (9)$$

$a_j, j = 0, 1, \dots, m$ は b 進展開 $n = a_0 + a_1 b + \dots + a_m b^m$ における係数とする。

(a) van der Corput 列 <1次元点列>

$$x_n = \phi_b(n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

これを基底 b の van der Corput 列とよぶ。

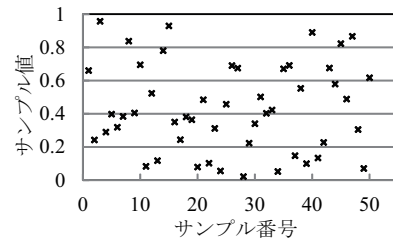
次元ごとに基底を変えることで、 k 次元に拡張したものを Halton 列, Pascal 行列を用いて拡張したものを Faure 列とよぶ。

(b) Halton 列 < k 次元>

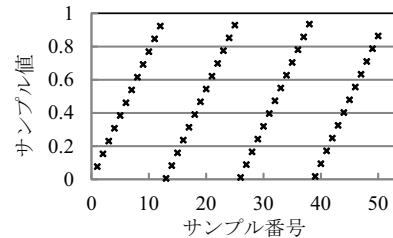
$$X_n = (\phi_{b_1}, \dots, \phi_{b_k}) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

ただし、 b_1, \dots, b_k はすべて素数とする。

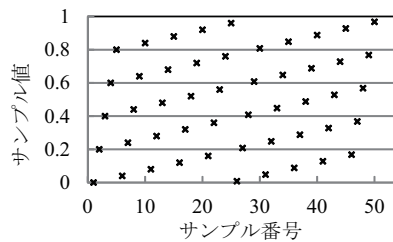
(c) Faure 列 < k 次元>



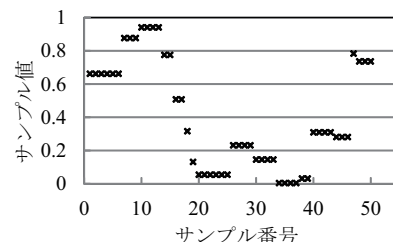
(a) 一様乱数の例



(b) Halton 列の例 ($k=4, b=13$)



(c) Faure 列の例 ($k=4, b=5$)



(d) Metropolis 法の例 ($g: N[0,1]$ の確率密度関数の場合)

図-1 各種のサンプル (粒子の基) の生成法の比較

$$\begin{pmatrix} a_0^{(1)} \\ a_1^{(1)} \\ \vdots \\ a_m^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} a_0^{(i)} \\ a_1^{(i)} \\ \vdots \\ a_m^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_0C_0 & {}_1C_0 & {}_2C_0 & \cdots \\ 0 & {}_1C_1 & {}_2C_1 & \cdots \\ 0 & 0 & {}_2C_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}^{i-1} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} \pmod{b}, \quad (13)$$

こうして計算される $(a_0^{(i)}, a_1^{(i)}, \dots)$ より k 次元の点列は、式 (14) のようになる。

$$X_n = (\phi_b^{(1)}(n), \dots, \phi_b^{(k)}(n)) \quad (14)$$

ただし、 $\phi_b^{(i)}(n)$ は式 (12) で与える。

$$\phi_b^{(i)}(n) = \frac{a_0^{(i)}}{b} + \frac{a_1^{(i)}}{b^2} + \cdots + \frac{a_m^{(i)}}{b^{m+1}} \quad (15)$$

基底 b は次元 k 以上の最小の素数とする。

(3) マルコフ連鎖モンテカルロ法⁹⁾

マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) とは、多変量の確率分布からサンプルを得る方法である。正規分布だけでなく、離散変数、連続変数問わず、様々な分布に適用できる。MCMC では、前のサンプル値を条件として次のサンプルの分布が決定されるため、乱数の重複が避けられ、直接モンテカルロ法より効率性が期待できると考えられる。とくに、本研究では、Metropolis 法を用いるが、以下では、その 2 次元の場合について解説を行うものとする。

(x_1, x_2) の任意の初期状態からはじめて、以下を繰り返す。

i. 乱数 $\Delta 1$ と $\Delta 2$ を原点对称の確率密度 $g(\Delta 1, \Delta 2)$ (本研究では正規分布を採用) から発生させる。

ii. 「候補」 x_1', x_2' を以下で定める。

$$x_1' \leftarrow x_1 + \Delta 1$$

$$x_2' \leftarrow x_2 + \Delta 2$$

iii. 「候補」の状態と現在の状態の確率比 r を計算する。

$$r \leftarrow \frac{p(x_1', x_2')}{p(x_1, x_2)}$$

確率密度関数として、たとえば、2 変数正規分布

$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{x_1^2 - 2bx_1x_2 + x_2^2}{2}\right) \quad (16)$$

$|b| < 1$, 正規化定数 $Z = 2\pi(1-b^2)^{-1/2}$ を考える。ここで、変数 b は、パラメータ間の相関性を表すが、本研究では、それぞれ独立な変数を考えるため、 $b=0$ としている。

iv. $0 \leq R < 1$ の一様乱数 R を発生させる。

$R < r$ ならば $x_1 \leftarrow x_1', x_2 \leftarrow x_2'$ とし、そうでなければ

表-1 モデル地盤の解析パラメータ

(a) 粘土地盤		(b) 盛土	
D	0.012	γ_s (kN/m ³)	10.0
Λ	0.400	λ (kN/m ²)	1.95
M	1.187	$\bar{\mu}$ (kN/m ²)	1.04×10^3
ν'	0.300	σ'_{vs} (kN/m ²)	213
k (m/day)	8.640×10^{-4}	k (m/day)	0.864
σ'_{vs} (kN/m ²)	17.50	ν' : ポアソン比	K_0 : 静止土圧係数
K_0	0.733	k : 透水係数	σ'_{vs} : 圧密降伏応力
σ'_{vs} (kN/m ²)	12.00	K_i : 有効土被り圧	
K_i	0.868	K_0 : 現地盤の静止土圧係数	
α	0.002	$\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}$: ラメ定数	
\bar{V}_n	1.100×10^{-5}		
λ	0.304		
e_0	2.447		

表-2 解析で用いた乱数および一様分布列の範囲

λ	0.204~0.404
$\log k$	-4.063~-2.063
α	0.001~0.003
\bar{V}_n	$0.6 \times 10^{-5} \sim 1.6 \times 10^{-5}$

ば変更しない。なお、ここで使用した MCMC では、正規乱数が生成されるが、最終的に一様乱数に変換して用いている。

図-1 に、それぞれの手法に基づく 50 個分のサンプルを例示している。図は、横軸が乱数の生成された順番を、縦軸がサンプル値 [0~1] を示している。(a) の一様乱数は、本来の乱数であるので、値が無秩序に並んでいる。(b), (c) は数列による値であるので、規則的である。なお、本研究では、4 つのパラメータを同定することを想定しており、数列の次元は $k=4$ とする。また、規定については、Halton 列については、 $b=13, 7, 11, 17$, Faure 列については $b=5$ を採用している。基底は、数列の一様性に関わるパラメータであるが、本論文では、一様性の精度が結果に及ぼす影響について、厳密な検討は行っておらず、今後の課題としたいと考えている。本論文では、20 以下の素数を選択している。(d) はマルコフ過程にしたがう乱数生成法なので、明らかに近隣のサンプルで関係性が見て取れ、サンプル値の連続性が表れている。

5. 数値実験による粒子生成法の比較

5.1 解析モデル

ここでは、各種の粒子の生成法を比較するために、土・水連成解法を用いた模擬地盤の解析を実施し、

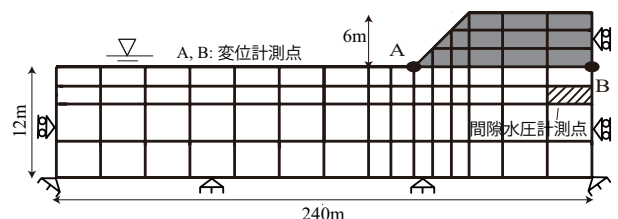


図-2 数値実験のための解析モデル

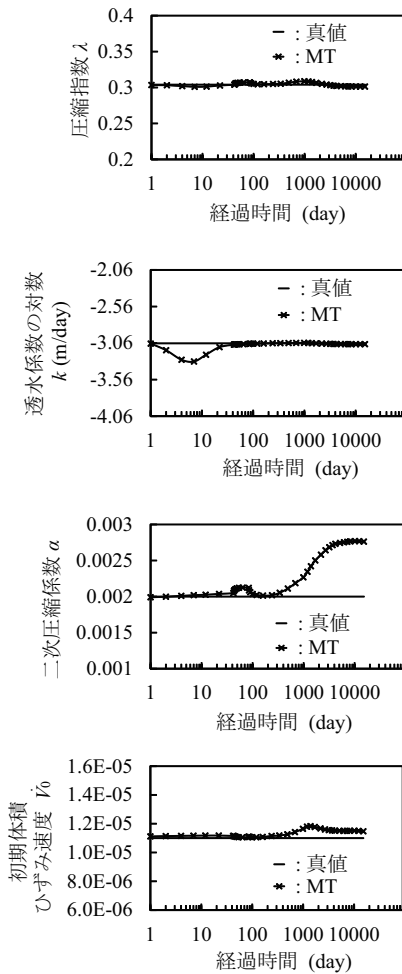


図-3 パラメータの重み付き平均値 (MT: MT を用いた解析値)

解析結果を模擬観測値として、パラメータの同定精度を確認するための数値実験を行う。

解析モデルを図-2 に示す。軟弱地盤上に盛土を6.0m 載荷する場合を想定しており、軟弱地盤で上面のみ排水、側面・底面は非排水とし、盛土は全面排水としている。観測点は、側方変位をA点、鉛直変位をA, B点、間隙水圧を斜線部としている。解析に用いた土質パラメータを表-1 に示す。

本研究では、関口・太田モデルの構成パラメータの中で、とくに、圧密挙動に大きな影響を及ぼすと考えられる圧縮指数 λ 、二次圧縮係数 α 、初期体積ひずみ速度 \dot{v}_0 、さらに、圧密速度に大きな影響を与える透水係数 k を同定パラメータとしている。著者らの既往の研究⁷⁾では、多次元圧密模型実験結果を対象に、 λ 、 k 、 M を同定しているが、本研究では、沈下予測を目的としており、一次元圧密沈下に支配的な、最初の二つのパラメータを同定対象としている。さらに、沈下の長期予測精度を向上させるために、二次圧密を支配するパラメータも同定しようとしている。パラメータの範囲を表-2のように設定するものとする。また、誤差共分散マトリクスに関

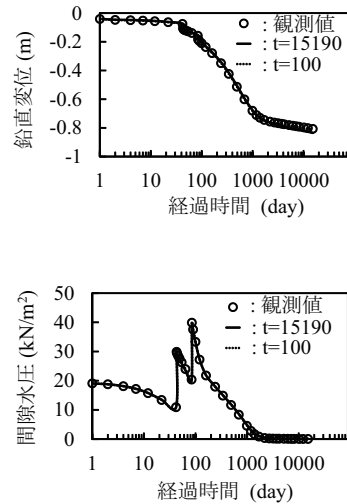


図-4 同定されたパラメータによる再計算結果

しては、同定解析が適切に行われるように試行錯誤によって式(17)のように決定した。即ち、分散値(行列の対角項の値)が大きすぎると、重みにピーク値が表れにくく、小さすぎると、解析値が計測値を包含できない事態となるので、両方の条件を満たすように、試行錯誤を繰り返す必要がある。

$$R_r = \begin{pmatrix} 1.79 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.20 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.76 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.04 \times 10^{-1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

A- lateral Disp. A- vertical Disp. B- vertical Disp. Pore pressure

なお、後の解析結果に示されるが、2200 サンプル程度で、一次圧密の支配的パラメータの圧縮指数の同定値が十分に一定になるため、解析には2500 サンプル使用するものとする。

5.2 解析結果

(1) 一様乱数

同定パラメータの重みつき平均値、同定パラメータを用いた再計算結果、重みの分布をそれぞれ、図-3 ~ 5 に示している。パラメータの重みつき平均 \tilde{x}_{η} は、重みを利用して次式で計算される。

$$\tilde{x}_{\eta} = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_i^{(i)} x_{\eta}^{(i)} \quad (18)$$

結果によると、重みつき平均に関しては、 λ 、 k は真値に収束している。しかし、 α は収束しているものの、その値は真値から離れている。図-5の重みの時間による変化を見ると、どのパラメータも時間経過にしたがって、重みが突出する粒子が現れる

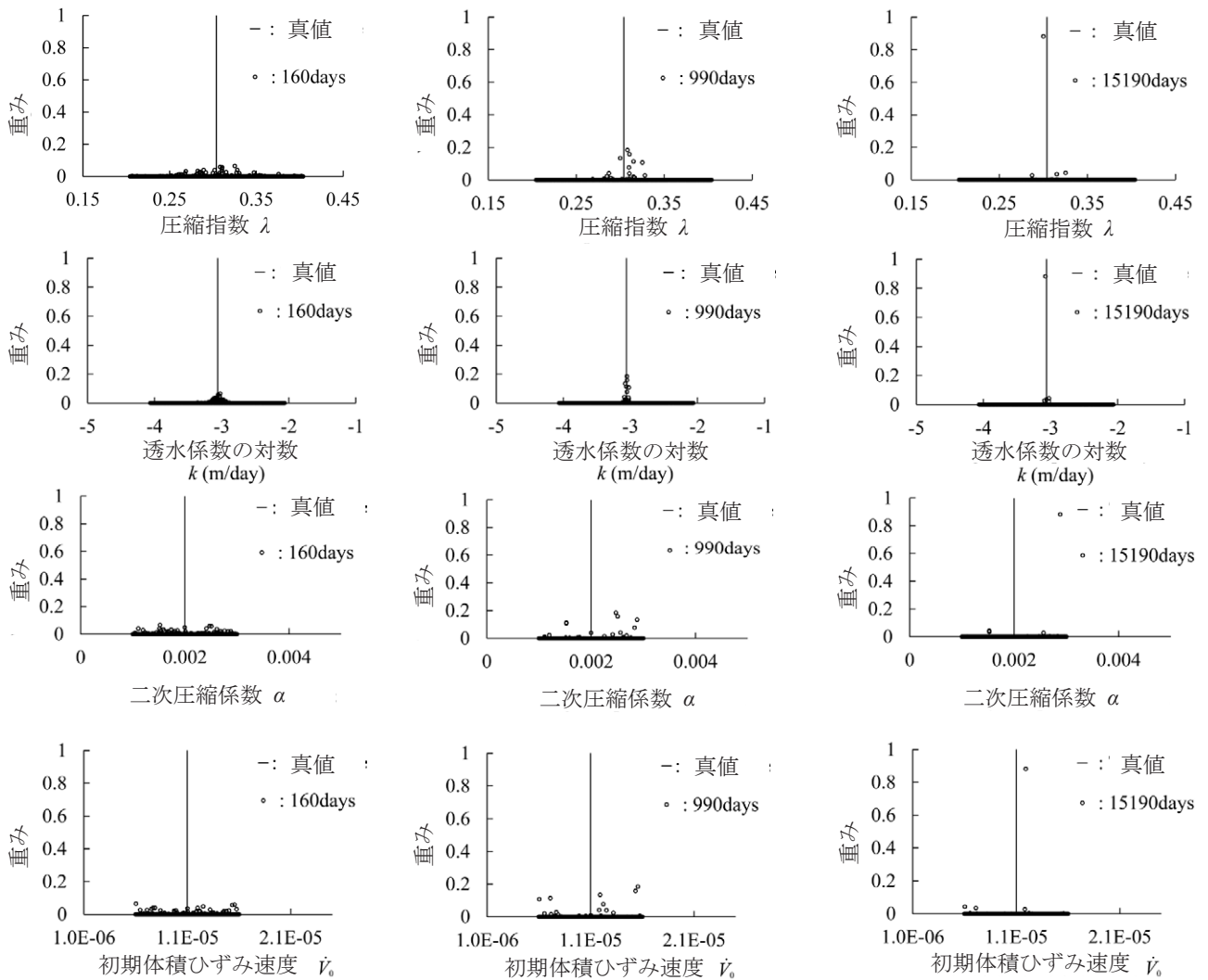


図-5 時間経過に伴う重み分布の変化 (一様乱数の場合)

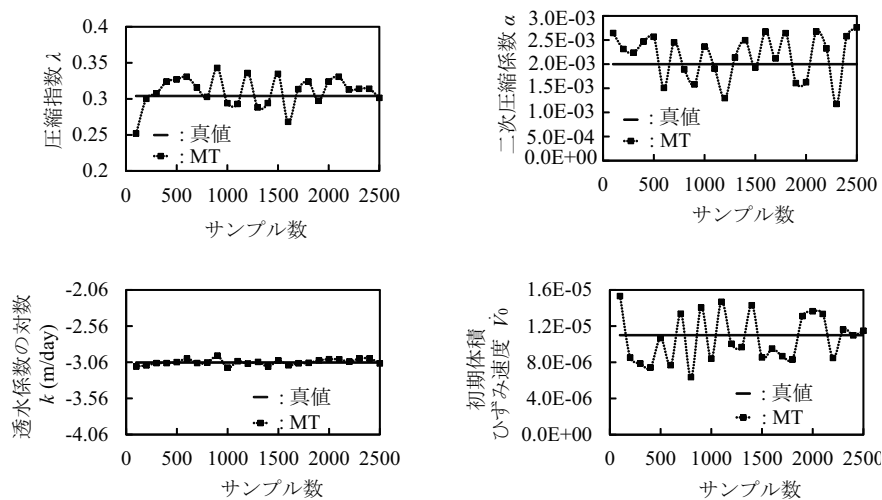


図-6 サンプル数と重み付き平均値の関係 (一様乱数の場合) (MT: MT を用いた解析値)

ようになる。しかし、 α に関しては、真値からずれた値の重みが突出するようになる。これは、本研究の解析で用いた程度の解析期間では二次圧密に関するパラメータの感度が全体に低く、同定が難しいこ

とを示している。感度が低いことは、 α の値が若干変化しても、変位予測結果に大きな影響を及ぼさないことを意味する。ただし、さらに長期の計測結果を用いると、 α の感度は徐々に増大すると考えられ、

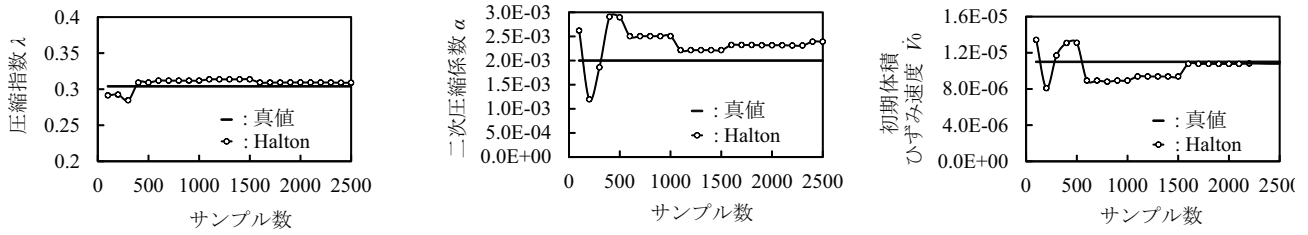


図-7 サンプル数と重み付き平均値の関係 (Halton 列)

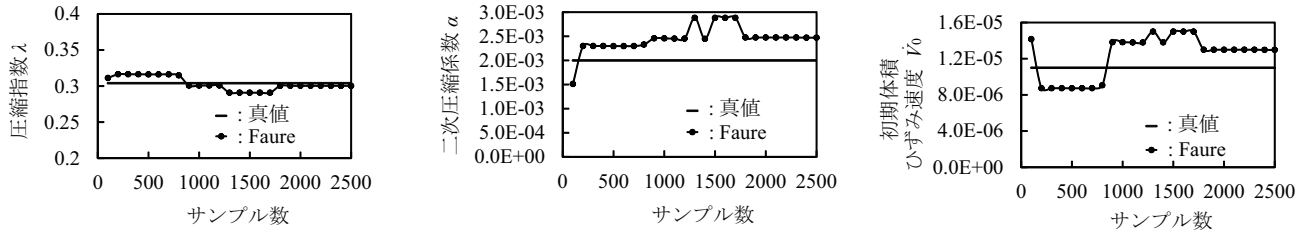


図-8 サンプル数と重み付き平均値の関係 (Faure 列)

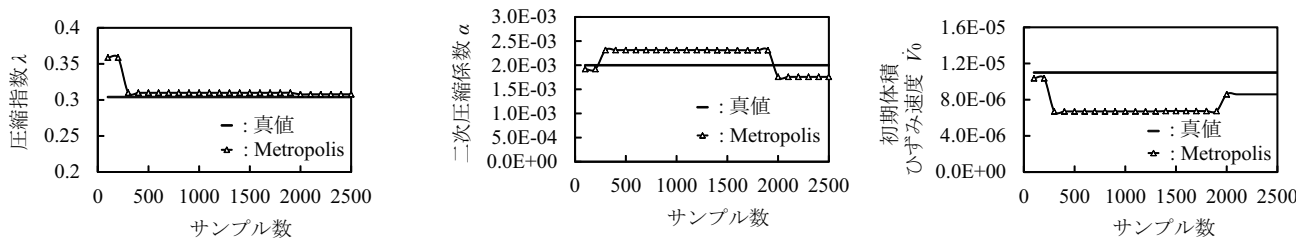


図-9 サンプル数と重み付き平均値の関係 (Metropolis 法)

変位予測結果に影響を及ぼすことが予想される。

最終ステップ ($t=15190$ day) で同定されたパラメータで再計算した結果と、途中のステップ ($t=100$ day) の値で計算した結果が、図-4 に示されている。沈下量は B 点、間隙水圧は斜線部の要素の値である。これによると、 $t=15190$ 、 $t=100$ ともに沈下量および間隙水圧をうまく再現できている。図-3 の α の結果が観測値から離れた値にもかかわらず再計算結果の精度が高いのは、全体的な圧密挙動に占めるこのパラメータの感度が低いためと考えられる。

上記の結果はすべて乱数 2500 サンプルのものである。解析で用いるサンプル数と最終ステップでの重み付き平均値の関係を図-6 に示す。総サンプル数は 100 ~ 2500 で、100 サンプル間隔の結果を載せている。 k は比較的値が安定しているが、他のパラメータではサンプル数が変わると、同定パラメータが変化する傾向が見られる。

(2) 超一様分布列 (Halton 列)

同定パラメータの重み付き平均値、重みの分布の傾向は、一様分布の場合と類似しているのので、ここでは、図を省略する。以降の解析例でも同様とする。結果によると、 λ 、 k は真値に収束するが、 α は、一様乱数の場合と同様、真値から若干ずれる傾向があ

る。また、図-4 で示しているのと同様の図が得られ、 $t=15190$ 、100day までの観測値を用いた場合、どちらもうまく沈下、間隙水圧を再現できている。サンプル数に対する、最終ステップでの重み付き平均値を図-7 に示す。ただし、透水係数は、少ないサンプル数で精度良く同定されるため、図を省略しており、以降、Faure 列や MCMC を用いた事例でも同様に省略されている。 α のみ観測値と若干離れているが、全てのパラメータでサンプル数に対して安定した同定結果が得られている。

(3) 超一様分布列 (Faure 列)

サンプル数に対する、最終ステップでの重み付き平均値を図-8 に示す。 λ 、 k は真値に近い値でパラメータ数に関わらず値が安定しているが、 α 、 \dot{V}_0 は真値から離れた値に収束している。二次圧密に関するパラメータの同定精度が、Halton 列を用いる場合より若干劣っているが、これは、基底などのパラメータ設定の影響を受けると考えられ、本質的には、超一様分布列は、パラメータ同定に対して、同じような傾向をもつと思われる。

(4) マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Metropolis 法)

サンプル数に対する最終ステップでの重み付き平均値を図-9 に示す。 λ 、 k は真値に収束している。 α 、

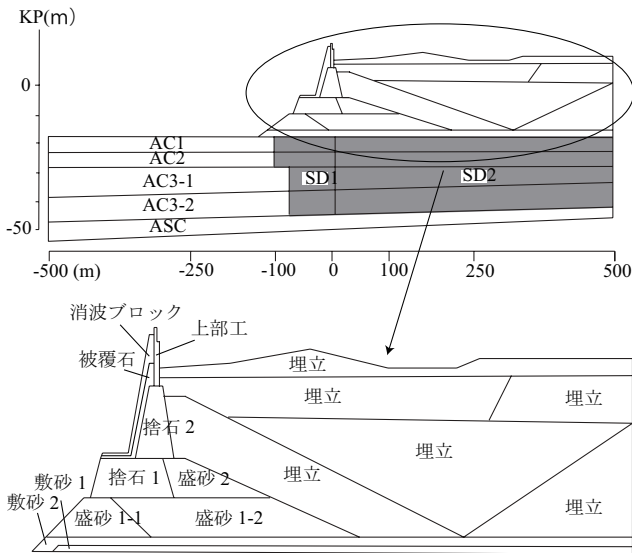


図-10 神戸空港の解析断面図

\dot{V}_0 は真値から若干離れているものの、収束している。この傾向は、超一様分布列を用いた場合と同様であるが、図-1(d)から明らかのように、この手法では、乱数の値の連続性が強く表れるためであると考えられる。また、同定された二次圧密に関するパラメータは、若干真値からずれているものの、再計算の結果は、図-4と同様に模擬観測値を精度良く再現できている。

6. 神戸空港地盤の変形解析への応用

6.1 解析モデルと初期パラメータによる解析

(1) 解析モデル

本研究では、手法の实地盤解析への応用例として、

神戸空港のデータ^{16), 17)}を扱う。図-10には、その解析断面をモデル化したものを示している。

神戸空港直下の地盤には海底面から深さ約50mの粘性土層(AC1~3, ASC)が分布している。粘性土層において埋立てが実施される範囲については、圧密促進のためのサンドドレーン(SD1, SD2)が打設されている。海水面はKP1.0mの位置にある。有限要素モデル化に際しては、上面のみ排水、側面、底面は非排水で、埋立土は全面排水としている。SD改良地盤は、本来、SDをモデル化すべきであるが、簡便化のため、ここでは、改良域の圧密係数を換算することで対処する。換算式として式(19)を用いることとし、解析では、 β を透水係数の換算に用いる。

$$C_v^* = \frac{-8T_v H^2}{(F(n)+0.8L)d_e^2 \ln(1-U)} C_h = \beta C_h \quad (19)$$

T_v : 時間係数 (圧密度0.5のときの値を用いる)

H : 改良深さ

n : 中空円柱の内外径比

L : ウェルレジスタンス係数 (=0と仮定)

d_e : ドレーンの等価有効円直径

U : 圧密度 (=0.5を想定)

C_h : 粘性土の水平方向圧密係数 ($\cong C_v$ と仮定)

β : 見かけの圧密係数を規定する等価換算係数

変位境界に関しては、最下面を水平・鉛直を固定、側面は水平のみ固定している。

使用する構成モデルは埋立土・粘性土層ともに弾・粘塑性(関口・太田モデル)である。とくに、本研究では、長期の残留沈下予測も視野に入れるため、粘性挙動も考慮するものとする。このモデルについて、計算に用いるパラメータを表-3に示す。神戸

表-3 解析に用いたパラメータ(神戸空港)

(a) 盛土の物性値

		D	Λ	M	K_0	K_i	e_i	ν'	
埋立	水中	0.029	0.988	1.819	0.440	0.440	1.00	0.306	
盛砂 1-2,2	陸上	0.306	0.988	1.836	0.440	0.440	0.50	0.306	
敷砂 2	水中	0.306	0.987	1.661	0.440	0.440	1.00	0.306	
盛砂 1-1	陸上	0.306	0.987	1.678	0.440	0.440	0.50	0.306	
敷砂 1		0.020	0.984	1.518	0.440	0.440	1.00	0.306	
捨石 1		0.029	0.992	1.867	0.440	0.440	1.00	0.306	
捨石 2									
上部ブロック	規格石							0.330	
被覆ブロック									
					$E(\text{kN/m}^2)=1.00 \times 10^6$				

(b) ドレーンの設計値

	SD1	SD2
d_e (cm)	40	40
Drain pitch (cm)	250	250
Drain length (m)	23	23
n	7.06	8.48
$F(n)$	1.25	1.42

(c) 地盤の物性値

	D	Λ	M	ν'	k (m/day)	σ'_{v0} (kN/m ²)	K_0	σ'_{vi} (kN/m ²)	K_i	α	\dot{V}_0	λ	e_0	γ_t (kN/m ³)
AC1	0.050	0.678	1.167	0.300	5.17×10^{-4}	17.5	0.733	12.0	0.868	2.48×10^{-2}	8.26×10^{-5}	0.304	2.45	14.8
AC2	0.057	0.639	1.117	0.300	2.00×10^{-4}	52.5	0.683	37.3	0.790	2.08×10^{-2}	6.94×10^{-5}	0.313	2.12	15.3
AC3-1(1)	0.064	0.661	1.157	0.300	1.43×10^{-4}	84.0	0.675	61.7	0.773	2.02×10^{-2}	6.72×10^{-5}	0.339	2.01	15.5
AC3-1(2)	0.065	0.708	1.239	0.300	1.06×10^{-4}	111.8	0.658	84.3	0.750	1.88×10^{-2}	6.28×10^{-5}	0.321	1.83	15.9
AC3-2(1)	0.072	0.661	1.157	0.300	9.42×10^{-5}	133.1	0.671	110.5	0.729	2.05×10^{-2}	6.83×10^{-5}	0.365	1.91	15.8
AC3-2(2)	0.073	0.597	1.044	0.300	7.98×10^{-5}	156.0	0.696	130.8	0.746	2.12×10^{-2}	7.05×10^{-5}	0.378	1.95	15.7
AC3-2(3)	0.077	0.681	1.191	0.300	7.42×10^{-5}	167.2	0.665	140.8	0.719	1.85×10^{-2}	6.17×10^{-5}	0.387	1.86	15.9
ASC	0.059	0.676	1.183	0.300	3.48×10^{-5}	266.0	0.634	167.6	0.780	1.72×10^{-2}	5.73×10^{-5}	0.239	1.32	17.3

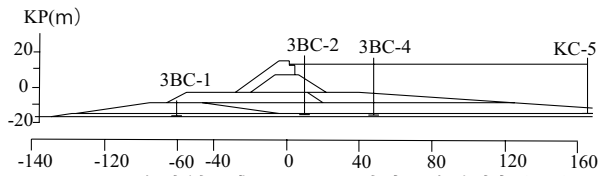


図-11 解析領域における地表面観測点配置

表-4 解析で用いた乱数および一様分布列の範囲

λ	0.250~0.600
$\log k$	-4.287~-2.287
α	0.035~0.065
V_0	$2.000 \times 10^{-5} \sim 4.000 \times 10^{-5}$

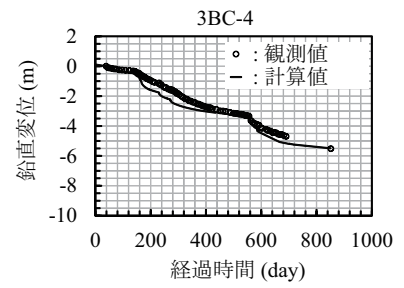
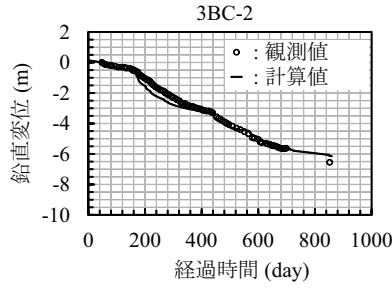
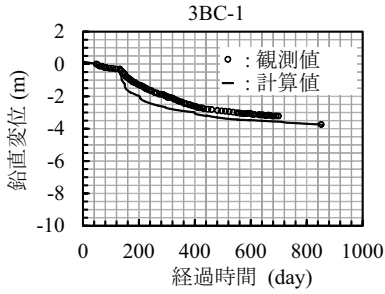


図-12 初期パラメータによる変位予測結果

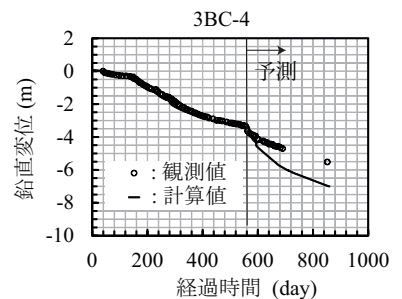
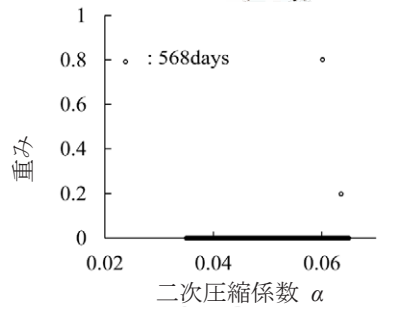
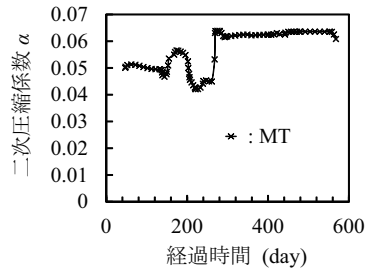
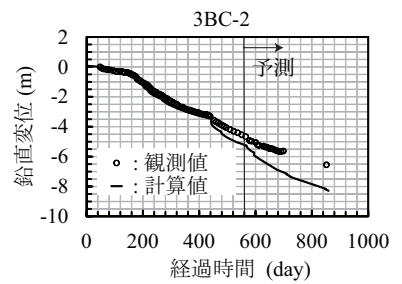
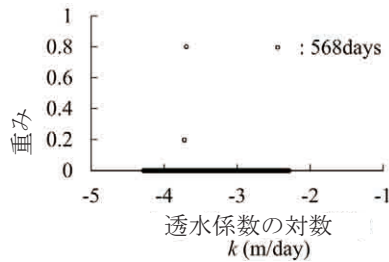
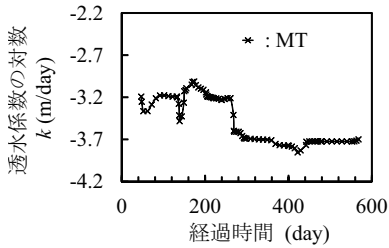
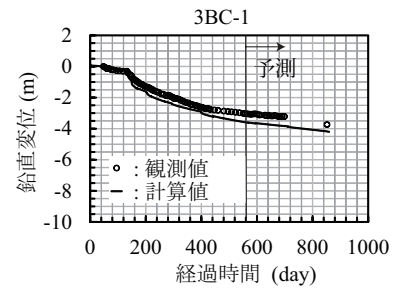
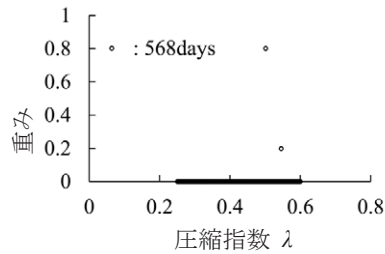
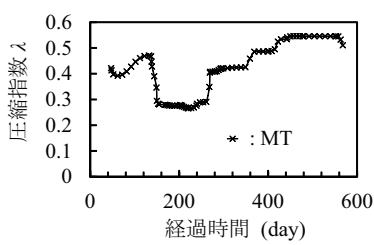


図-15 鉛直変位予測結果一様分布の場合 (神戸空港)

図-13 パラメータの重み付き平均値 図-14 パラメータの重み分布一様分布の場合 (神戸空港)

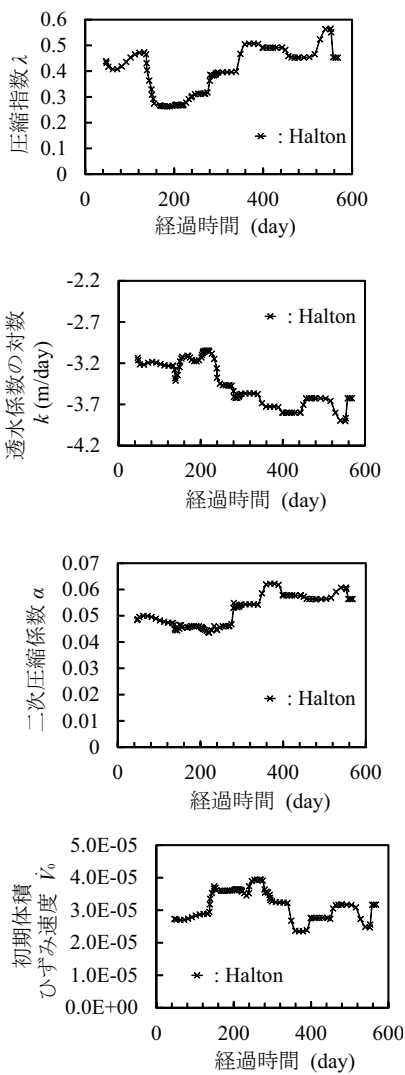


図-16 パラメータの重み付き平均値 Halton 列の場合 (神戸空港)

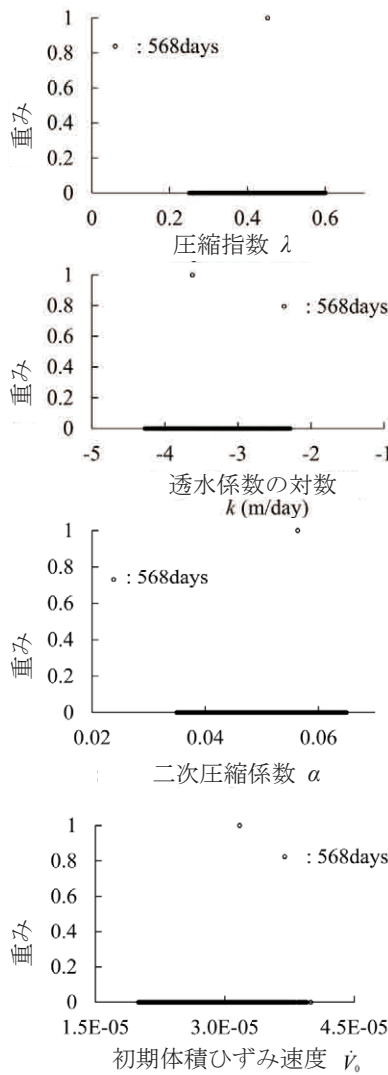


図-17 パラメータの重み分布 Halton 列の場合 (神戸空港)

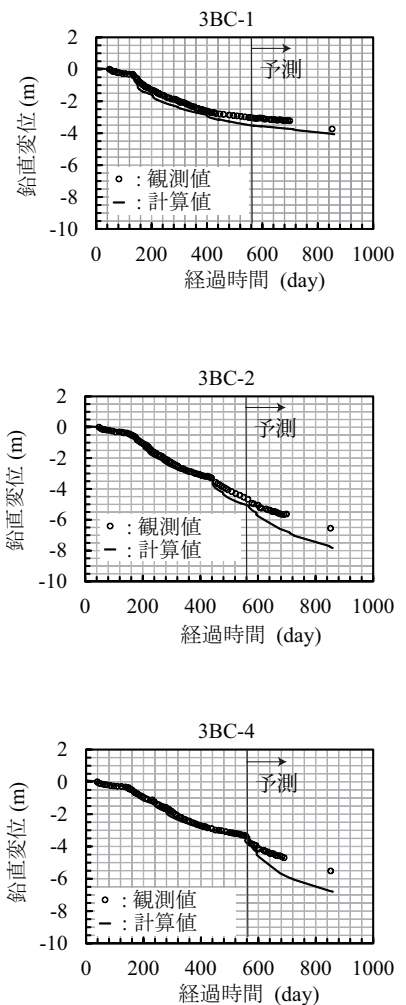


図-18 鉛直変位予測結果 Halton 列の場合 (神戸空港)

空港地盤の表面沈下量の観測位置を図-11に示す。本研究では、4点の地表面沈下観測データを用いることとする。

(2) 初期パラメータを用いた解析結果

表-3のパラメータを用いて計算した結果を図-12に示す。初期パラメータは良く検討されており、解析値は、若干過大評価となっているものの、比較的良く適合しているといえる。

6.2 実測値に基づくパラメータ同定

一様乱数 (Mersenne twister) と、第5章で、一次圧密パラメータの同定に加え、二次圧密のパラメータである初期体積ひずみ速度の同定が正確になされたことを考慮し、Halton列を用いて神戸空港実地盤のパラメータ同定を行う。解析のサンプル数は2500とし、同定対象の地層は図-10のAC1~3, ASCおよびSD1~2である。ただし、本研究では計算効率

化のために各地層に対して独立した同定計算は行わず、AC1のみにサンプルを割り当て、この層のパラメータを同定し、他の地層には初期値におけるAC1との比を乗じたものを使用する。

用いた乱数および一様分布列の範囲を表-4に与える。また、用いた誤差共分散マトリクスを式(18)に与える。各分散値は、パラメータの同定が適切に進むように試行錯誤によって決定された値である。

$$R_r = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{pmatrix} \quad (18)$$

3BC-1 3BC-2 3BC-4 KC-5

(1) 一様乱数を用いた場合

この解析では、計測開始後、568日間の観測データを用いてパラメータ同定を行っている。解析および観測タイムステップは3~4日で、これにしたがっ

てPFによるフィルタリングが行われる。計測値は、568日以降820日付近まで得られているが、同定には使用せず、完全な予測期間とする。図-13のパラメータの重み付き平均値の推移を見ると、300日程度で、比較的安定した同定結果が得られていることになる。ただし、 \hat{v}_0 に関しては、400日を超えるまで変動が見られる。実地盤解析では、計測やモデル化の誤差が介在するため、求めるべきパラメータの真値が、時間経過に伴って変化していくと考えられる。図-14は、同定最終時期568日における重みの分布を示している。この時点では、どのパラメータについても数個の突出した重みをもつ粒子が出現している。図-15は、同定されたパラメータを用いた再計算による予測結果である。568日までは同定期間であり、それ以降が予測である。同定期間では、初期パラメータを用いた解析と比較して、非常に適合度が増しているが、最終的には、沈下を過大評価する結果となっている。この点で、提案法は課題を残しているが、より新しい計測値に重みがつくような改良を加えれば予測精度が改善する可能性もあり、今後の検討課題としたい。

(2) Halton 列を用いた場合

図-16は、パラメータの重み付き平均値の推移を表している。これによると、パラメータが変化し続けている結果となっている。図-17の粒子の重み分布では、1サンプルだけが突出している。大きな重みをもった粒子が時間経過とともに入れ替わるため、やや不安定な重み付き平均値が得られている。図-18は、変位予測結果であるが、傾向は、図-15の場合と同様である。予測期間で、沈下を過大評価しているが、700日以降の傾向を見ると、沈下量は適合していないが、沈下速度は解析によってよく表現されているといえる。

7. まとめ

(1) 本研究では、データ同化手法の1つである粒子フィルタを用いて軟弱地盤の長期変形解析を行った。実問題への適用に先立ち、基礎的な数値実験を行い、粒子フィルタに適切な解析パラメータサンプル値の生成法について検討した。ここで検討したのは、一様乱数(Mersenne twisterによる)、超一様分布列であるHalton列とFaure列、マルコフ連鎖モンテカルロ法であるMetropolis法の4種の乱数もしくは数列生成法である。これらを用いて、粒子フィルタに適用した場合の解析精度について考察した。その結果、以下の結論を得た。

1) 一様乱数を用いた解析では、時間経過に伴うパラメータの重み付き平均値の収束性は良く、

得られたパラメータを用いた圧密挙動解析値も精度は高い。しかし、用いるサンプル数によって同定パラメータの値が変わりやすいという結果を得た。

2) 一様分布列を用いた解析では、得られる重み付き平均値が真値からずれる場合もあるが、サンプル数に対して、同定パラメータの値の揺らぎが少ないという結果を得た。

3) マルコフ連鎖モンテカルロ法の一手法であるMetropolis法を用いた場合、一様分布列を用いた場合と同様、サンプル数に対して、同定パラメータの値の揺らぎが少ないという傾向を得た。

4) 二次圧密に関するパラメータである α, \hat{v}_0 は、どの種類のサンプルを用いても、重みの分布が収束しにくいという結果を得た。つまり、二次圧密のパラメータに関しては、いわゆる一次圧密に関連するパラメータより、同定精度が低い。ただし、同定精度の低いパラメータを用いた場合でも、十分な精度の変位及び間隙水圧の挙動が再現された。

(2) 以上の結果を踏まえ、手法を実地盤のデータである神戸空港に応用した。サンプルの生成法としては、同定パラメータのサンプル数に対する安定性と同定精度を考慮して、Halton列を用いることとした。また、比較対象として一様乱数による計算も同じ条件で行った。結果は以下のとおりである。

1) 実地盤解析では、計測やモデル化の誤差が介在するため、求めるべきパラメータの真値が、時間経過に伴って変化していくと考えられる。したがって、時間経過に伴うパラメータの重み付き平均値も変化し続けるという結果を得た。この傾向は、2つのサンプル生成法で同様であった。ただし、超一様分布列は、乱数のようにサンプル数の影響を受け難いという点で、同定精度が同じであれば、より安定した手法であるといえる。

2) 同定結果による再計算結果は、同定期間では、非常に誤差が少なくなったが、予測期間では過大評価となった。しかし、最終的な沈下速度は解析値と実測値で比較的一致した。

謝辞：本研究は科学研究費(基盤研究(A))「データ同化による越流侵食リスクに基づく農業水利施設(群)のアセットマネジメント」(代表：村上 章))23248040の援助を得た。記して深謝の意を表す。

参考文献

1) 地盤工学会：地盤工学会基準JGS4001、性能設計概念に基づいた基礎構造物に関する設計原則、2004。

- 2) 統計数理研究所：2008年公開講座資料「データ同化論：状態空間モデルとシミュレーション」, pp.39, 2008.
- 3) 佐藤忠信, 梶 啓介：モンテカルロフィルタを用いた構造同定, 土木学会論文集, No.675 / I-55, pp.161-170, 2001.
- 4) 佐藤忠信, 田中康平：モンテカルロフィルタを用いた効率的構造同定法の開発とその適用, 土木学会論文集 A, Vol.62, No.3, pp.693-701, 2006.
- 5) 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸, 樋口知之：粒子フィルタによる地盤解析のデータ同化, 土木学会応用力学論文集, Vol.12, pp.99-105, 2009.
- 6) 珠玖隆行, 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸：粒子フィルタによる神戸空港島沈下挙動のデータ同化, 応用力学論文集, Vol.13, pp.67-77, 2010.
- 7) Shuku, T., Murakami, A., Nishimura, S., Fujisawa, K. and Nakamura, K.: Parameter identification for Cam-clay model in partial loading model tests using the particle filter, *Soils and Foundations*, Vol.52, No.2, pp.279-298, 2012.
- 8) 手塚 集：超一様数列の整理, 計算統計学 I, 確率計算の新しい手法, 岩波書店, pp.65-120, 2005.
- 9) 伊庭幸人他：計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 10) 吉田郁政, 佐藤忠信：MCMC を用いた損傷確率の効率的算定法, 土木学会論文集, No.704/I-72, pp.43-53, 2005.
- 11) Shinoda, M., Horii, K., Yonezawa, T., Rateyama, M. and Koseki, J.: Rekiability-based seismic deformation analysis of reinforced soil slopes, *Soils and Foundations*, Vol.46, No.4, pp.477-490, 2006.
- 12) 樋口知之：粒子フィルタ, 電子情報通信学会誌, Vol.88, No12, pp.989-994, 2005.
- 13) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays, Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE, Tokyo, pp.229-239, 1977.
- 14) Iizuka, A. and Ohta, H.: Determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, *Soils and Foundations*, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.
- 15) Matsumoto, M. and Nishimura, T. : Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, *ACM Transaction on Modeling and Computer Simulations: Special Issues on Uniform Random Number Generation*, pp.1-25, 1998.
- 16) 神戸空港変形解析検討会：神戸空港変形地盤解析報告書, 2002.
- 17) 長谷川憲孝ら：神戸空港海底地盤における沖積層の圧密特性, 土木学会論文集 C, Vol.63, No.4, pp.923-935, 2007.

(2012年3月8日受付)