

粒子フィルタによる土の弾塑性モデル/パラメータ同定

Identification of elastoplastic constitutive model and its parameters using the particle filter

新村隼人*・片岡資晴*・村上 章**・大野進太郎***・藤澤和謙****

Hayato SHIMMURA, Motoharu KATAOKA, Akira MURAKAMI, Shintaro OHNO and Kazunori FUJISAWA

*京都大学大学院 農学研究科 修士課程 (〒606-8502 京都市左京区北白川追分町)

**フェロー会員 農博 京都大学大学院教授 農学研究科 (〒606-8502 京都市左京区北白川追分町)

***正会員 博 (工学) 鹿島建設 (株) 土木設計本部 (〒107-8502 東京都港区赤坂 6-5-30)

****正会員 博 (農学) 岡山大学大学院講師 環境学研究科 (〒700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

Data assimilation, using the particle filter (PF), and incorporating the soil-water coupled finite element method, is applied herein to choose the elasto-plastic constitutive model and to identify its parameters based on the sequential measurements of hypothetical soil tests and an actual construction sequence. An appropriate constitutive model can be selected by identifying some parameters within the Exponential/Logarithmic Contractancy model (EC/LC model) proposed by Ohno et al., which covers a wide variety of constitutive models, including the Cam-clay and the modified Cam-clay models, and intermediate models with different yield curves. The hypothetical observed displacements of a soil specimen for CD tests were obtained through synthetic FEM computation, and actual measured data were used for the settlement behavior of Kobe Airport constructed on reclaimed land.

Key Words: data assimilation, particle filter, EC/LC model, model identification

1. はじめに

土構造物の設計を行うに際し、土の弾塑性構成式を用いた有限要素シミュレーションが用いられる。この時せん断速度や側方変形の効果を説明しようとする、オリジナル Cam-clay モデルと修正 Cam-clay モデルを使い分ける必要が生じる場合がある。つまり、比較的速いせん断速度でせん断した時は修正 Cam-clay の再現性が良く、非常にゆっくりとした速度でせん断される時にはオリジナル Cam-clay (または関口・太田モデル) が適する傾向がある¹⁾。一方、地盤中の側方変形を再現しようとするれば、修正 Cam-clay の方が適しているとされる。解析にあたっては、いずれかのモデルに依らざるを得ないが、その選択は解析技術者の判断に委ねられる。さらには、その事象に対して適切なモデルを選択したものの、モデルパラメータが適切でないため、解析の予測精度が向上しない場合もある。

本論文の目的は、地盤挙動の観測値を用いて、どの構成式が適切であるか、同時にそのモデルのもとで、どのようなパラメータ値が事象を良く表現できるかについて、粒子フィルタ (以後、「PF」と呼ぶ) と水～土連成有限要素法 (以後、「FEM」と呼ぶ) を用いたデータ同化^{2),3)}により解決することにある。上記の目的でモデルを統一的に説明するために、大野らによる EC/LC モデル⁴⁾ (Exponential/

Logarithmic Contractancy model) によるのが合理的であると思われる。このモデルでは、降伏曲面の形状を n_E (EC モデル) もしくは n_L (LC モデル) というパラメータで連続的に変形させることが可能で、それによりダイレイタンスー発現の違い、ひいては異なる降伏曲面を表現することができる。観測される地盤挙動を把握するのに、PF と FEM を用いたデータ同化により、降伏曲面を定めるパラメータ (n_E もしくは n_L)、また同時に構成式中のモデルパラメータを同定する。それによりせん断速度や、要素試験レベルと現場レベルのスケールの影響を把握し、あるいは側方変形予測の精度向上を目指す。

本文の構成は次のようである。第2章で、EC/LC モデルの概要を示す。第3章では、土の要素試験を想定したデータ同化により、モデル選定とパラメータ同定を行い、精度を検証する。第4章で、神戸空港島実施工の観測値⁵⁾に対するデータ同化を行い、提案法の有効性を検討する。第5章で結果をまとめる。

2. EC/LC モデルの概要

ここでは、本研究で採用した粘土地盤の弾塑性構成モデルである EC/LC モデルの概要を記載する。

Ohta and Hata⁶⁾は、1)土の体積変化が圧密とコントラクタ

ンシー（負のダイレイタンシー）から成ること⁷⁾、2)土の塑性体積変化は応力経路に依存しない⁸⁾、という実験結果をもとに、圧密とコンラクタンシーをそれぞれモデル化することで、弾塑性構成モデルを導出している。その導出過程において、Ohta and Hata⁶⁾は、柴田⁷⁾、Shibata and Karube⁹⁾、軽部・栗原¹⁰⁾、軽部・原田¹¹⁾による一連の土のコンラクタンシーの研究を踏襲し、コンラクタンシーによる粘土の体積変化を、 p' 一定条件の体積ひずみ ε_v とせん断応力比 q/p' の関係において直線（または折れ線）によってモデル化している。このモデル化は、実験結果に基づいたモデル化であるので、受け入れやすく、物理的な意味を容易に把握することができる。しかしながら、実験結果をみると、土のコンラクタンシーは必ずしも直線（または折れ線）によるモデル化に限定されるものではなく、指数関数や対数関数によるモデル化も十分に候補となる。

以上の観点から、大野ら⁴⁾は解析対象となる地盤に応じてコンラクタンシーのモデル化方法を調整できる、以下の2種類（指数関数型及び対数関数型）の非線形関数を提案した。

$$\varepsilon_v = \frac{MD}{n_E} \left(\frac{\eta^*}{M} \right)^{n_E} \quad (1)$$

$$\varepsilon_v = \frac{2MD}{n_L} \ln \left(\frac{M^{n_L} + \eta^{*n_L}}{M^{n_L}} \right) \quad (2)$$

ただし、

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0\| \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{\mathbf{s}}{p'}, \quad \boldsymbol{\eta}_0 = \frac{\mathbf{s}_0}{p'_0} \quad (4)$$

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma}' - p'\mathbf{1}, \quad \mathbf{s}_0 = \boldsymbol{\sigma}'_0 - p'_0\mathbf{1}, \quad p' = \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}' : \mathbf{1}, \quad p'_0 = \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}'_0 : \mathbf{1} \quad (5)$$

であり、 M : 限界応力比、 D : ダイレイタンシー係数、 η^* : Sekiguchi and Ohta¹¹⁾による応力パラメータ、 n_E 及び n_L : コンラクタンシー挙動のフィッティングパラメータ、 $\boldsymbol{\sigma}'$: 有効応力テンソル、 $\boldsymbol{\sigma}'_0$: 先行時の有効応力テンソルである。

図-1、2は柴田⁹⁾が整理した等圧密粘土の p' 一定条件の排水せん断試験結果に対して、式(1)及び式(2)により大野ら⁴⁾がフィッティングした結果を示している。大野ら⁴⁾がフィッティングに用いたパラメータを表-1に示す。式(1)及び式(2)ともに、パラメータ n_E 及び n_L を調節することによって、さまざまな土の実験結果にうまくフィッティングできていることがわかる。

さらに、大野ら⁴⁾は、コンラクタンシー挙動を表現する非線形関数（式(1)及び式(2)）から、Ohta and Hata⁶⁾による降伏関数の導出を参考に、以下の2種類の降伏関数を導出した。

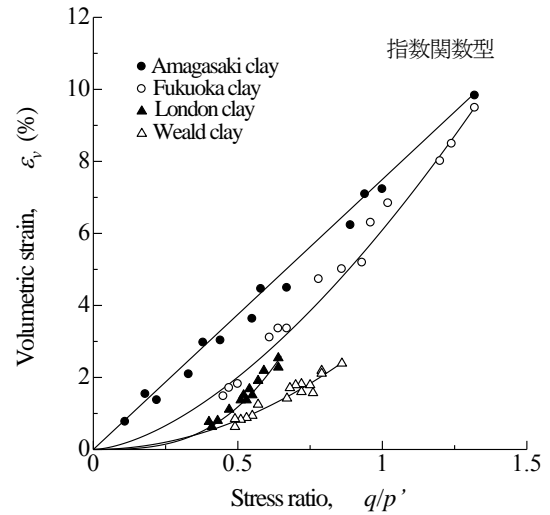


図-1 実験結果に対するフィッティング（ECモデル）⁴⁾

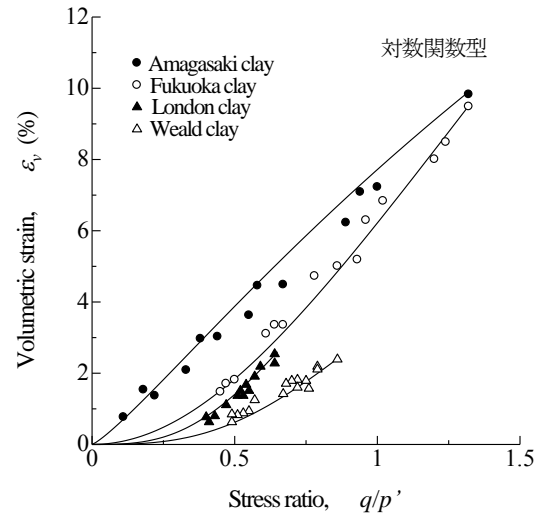


図-2 実験結果に対するフィッティング（LCモデル）⁴⁾

表-1 フィッティングに用いたパラメータ⁴⁾

Names of clays	M	n_E	n_L
Amagasaki clay	1.32	1.0	1.2
Fukuoka clay	1.32	1.6	2.0
London clay	0.65	3.0	3.0
Weald clay	0.86	2.0	3.0

$$f(\boldsymbol{\sigma}', \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + \frac{MD}{n_E} \left(\frac{\eta^*}{M} \right)^{n_E} - \varepsilon_v^p = 0 \quad (6)$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}', \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + \frac{2MD}{n_L} \ln \left(\frac{M^{n_L} + \eta^{*n_L}}{M^{n_L}} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (7)$$

ただし、 ε_v^p : 塑性体積ひずみである。

式(6)は、ECモデル（Exponential Contractancy Model）と呼ばれ、 $n_E=1.0$ と設定した場合、関口・太田¹²⁾による弾塑性構成モデルに帰着する特徴がある。また、式(7)は、LC

モデル (Logarithmic Contractancy model) と呼ばれ、 $n_L=2.0$ と設定した場合、修正 Cam-clay モデルに帰着する特徴がある。

図-3, 4 に等方圧密状態を想定した EC/LC モデルの $p'-q$ 面上での降伏曲面形状を示す ($M=1.0$ とした)。パラメータ n_E 及び n_L を変化させることにより、徐々に降伏曲面形状も変化していくことがわかる。以上のように、EC モデルも LC モデルも同等とみなせるフィッティング性能を有しているが、いずれかによる必要がある。特に制約はないが、本文では EC モデルを用いた。

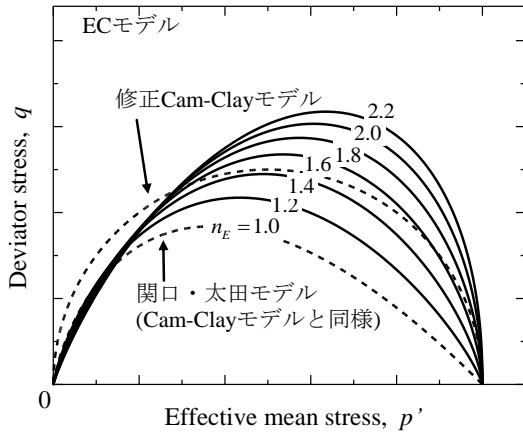


図-3 EC モデルの降伏曲面⁴⁾

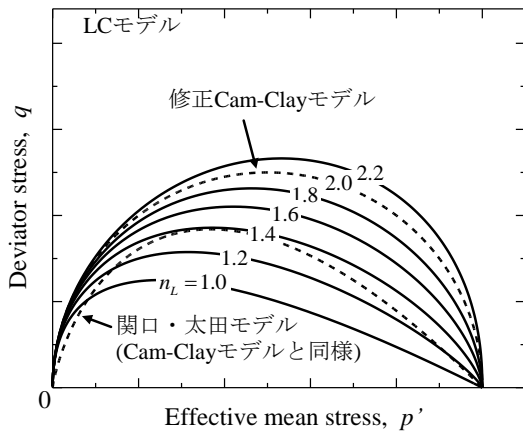


図-4 LC モデルの降伏曲面⁴⁾

3. 三軸 CD 試験シミュレーション

3.1 解析概要

有限要素解析コード DACSAR¹³⁾を用いて、正規圧密粘土の三軸 CD 試験 (応力制御: 14kPa/min) を対象にした数値解析 (要素数: 1) を行う。本章では、EC モデルを用いた水~土連成有限要素解析を軸対称条件で行い、 n_E が同定可能であるかを検討すると同時に、 n_E と同時に同定するのに適切なパラメータの検討を行う。

図-5 には本解析に用いた解析概要図と境界条件を示す。実験では、要素右肩の節点での計算鉛直・水平変位を観測

値とし、 n_E と透水係数 k (Case 1), n_E と非可逆比 $\Lambda=1-\kappa/\lambda$ (Case 2), n_E と限界応力比 M (Case 3) の3組について、それぞれのパラメータを未知数としてデータ同化を行った (表-2)。ここに λ は圧縮指数、 κ は膨潤指数である。 k を未知数として選定した理由は、過去に実地盤挙動に対するデータ同化を行った際に、高い感度を示していた⁵⁾からであり、また Λ は、その中に含まれる κ が通常の標準圧密からは求まりにくく、現場解析をする際にその設定に苦慮することあるため、同定対象パラメータとした。一方で、 M は過去に行われた実地盤変形挙動に対するデータ同化実施時に、感度の低いパラメータであることが半明している⁵⁾ため、低感度パラメータの一例として他との比較を行うべく選定した。なお、弾塑性解析においては、 M は弾塑性状態、 Λ は弾性、弾塑性状態で、それぞれ計算される鉛直・水平変位に影響を及ぼす。一方、 k は弾塑性挙動にほとんど影響なく、圧密の時間挙動を支配すると考えられる。

PF を使用する際には、用いる粒子は多ければ多いほど同定精度は向上するが、計算コストも粒子の数に比例して増大する。珠玖ら⁵⁾は PF を実地盤挙動へ適用し、Cam-clay パラメータ 2 つに対して 200 個の粒子を用いた同定を実施しており、精度の高い同定パラメータが得られたと報告している。本シミュレーションにおいても未知パラメータ数が同じ弾塑性解析であることから、既往の研究と同様の条件であると考え、サンプル数を 200 に設定し、表-3 の範囲で一様乱数により生成した。

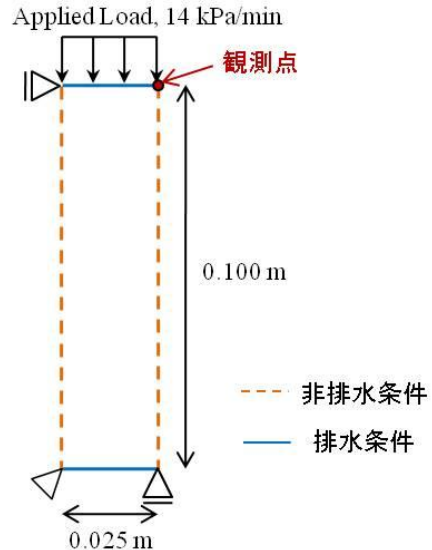


図-5 三軸 CD 試験の解析モデル (軸対称)

表-2 データ同化の実施ケース (○が同定パラメータを示す)

Case	Target parameter			
	k (m/day)	Λ	M	n_E
1	○	-	-	○
2	-	○	-	○
3	-	-	○	○

表-3 サンプルの発生範囲

Parameter	Range of value for particle generation
n_E	$1.0 \leq n_E \leq 2.0$
k (m/day)	$1.0 \times 10^{-5} \leq k \leq 1.0 \times 10^{-3}$
Λ	$0.79 \leq \Lambda \leq 0.95$
M	$0.462 \leq M \leq 0.552$

表-4 入力パラメータ

n_E	D	Λ	M	v'	k (m/day)
1.20	0.0502	0.8617	1.508	0.333	2.03×10^{-4}
σ'_{v0} (kPa)	K_0	σ'_{vi} (kPa)	K_i	λ	e_0
300	1.0	300	1.0	0.195	1.224

解析に用いたパラメータは表-4の通りである。与えたパラメータは特定の事象に関わるものではなく、一般的な値を設定している。ここに n_E : 降伏曲面パラメータ, D : 柴田によるダイレイタンス係数, Λ : 非可逆比, M : 限界応力比, v' : 有効ポアソン比, k : 透水係数, σ'_{v0} : 過去に受けた最大の鉛直有効応力, K_0 : 正規圧密時の静止土圧係数, σ'_{vi} : 現在の鉛直有効応力, K_i : 現在の静止土圧係数, λ : 圧縮指数, e_0 : 初期間隙比である。

また、三軸CD試験シミュレーションに用いた設定値(真値)は、 $n_E=1.2$, $k=2.03 \times 10^{-4}$ (m/day), $\Lambda=0.8617$, $M=1.508$ とし、同定対象パラメータ以外のパラメータに関しては表-4の値に固定している。分散 σ^2 は、水平・鉛直方向変位ともに、見込まれる最大変位を S として $\sigma^2=(0.1S)^2$ とした。

3.2 解析結果

図-6、図-7、図-8にそれぞれCase 1 (n_E, k), Case 2 (n_E, Λ), Case 3 (n_E, M)の解析結果を、図-9に各Case

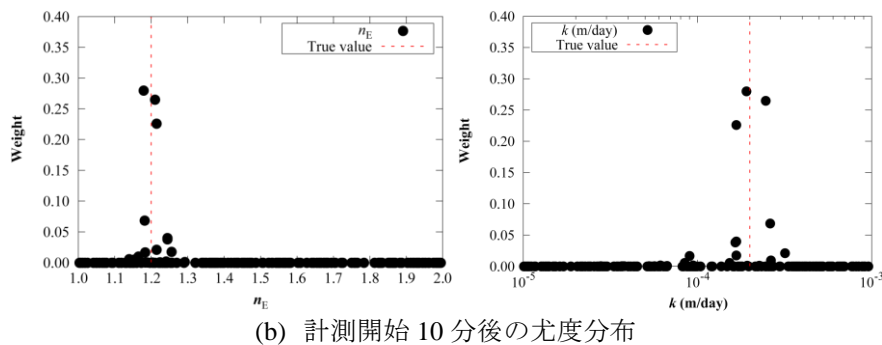
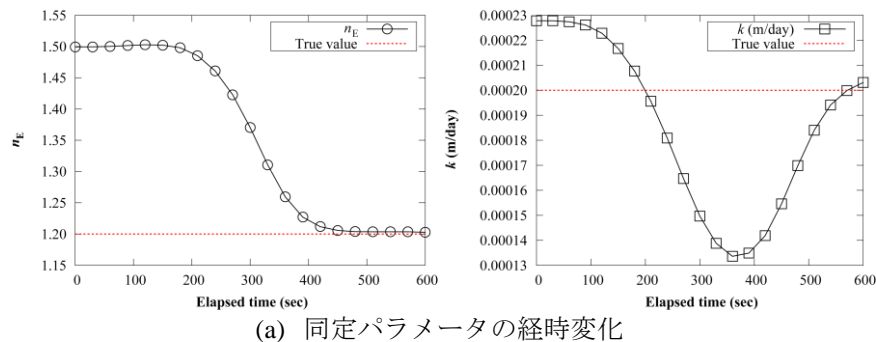
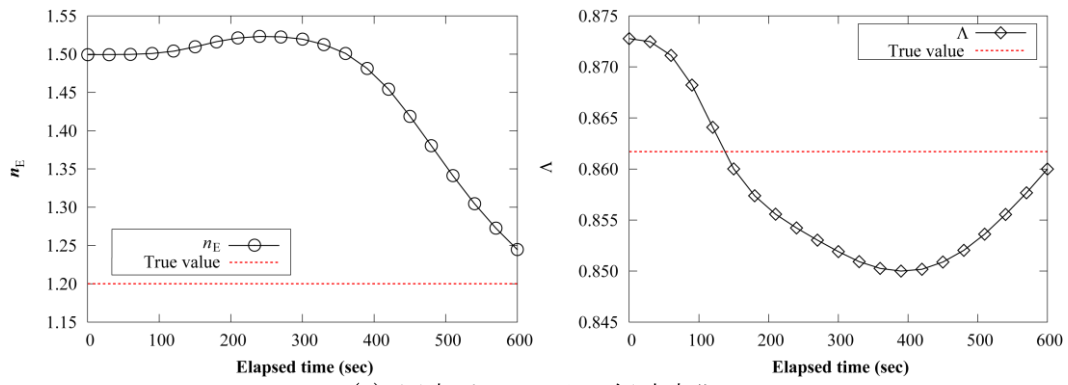


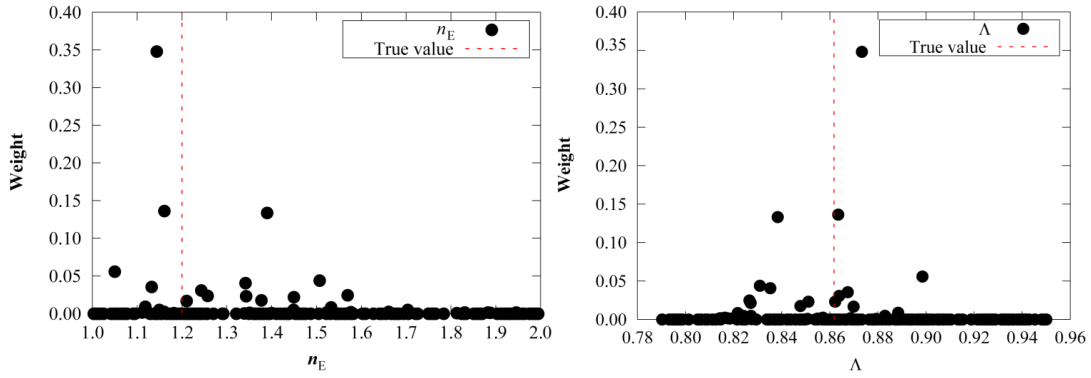
図-6 解析結果 (n_E, k)

の計測開始 10 分後の尤度分布を表すコンター図を示す。ここで、図-6(a)、図-7(a)、図-8(a)における「同定パラメータ」とは各時刻におけるパラメータの重み付き期待値(平均値)を意味する。また、PF は時間が経過するにつれて一部の粒子の重みが増していき、真値付近に尤度の高い粒子が多く生じるという特徴を持つ。以上のことを踏まえると、図-6、図-7、図-8より、全てのCaseにおいて、 n_E の経時変化は真値に収束し、尤度分布は真値付近の粒子が発達し、そのピークが1点へと絞られる傾向を示していることから、 n_E の同定に成功していることがわかる。また、 n_E の対となるパラメータについて考察すると、 k , Λ は図-6(b)、図-7(b)より真値付近の粒子が発達していることから、 n_E と同時に同定可能であると言える。しかし、 M は図-8(a)より真値に収束する傾向はなく、図-8(b)においても尤度分布がさまざまであることから、 n_E と同時に同定可能であるとは言い難い。一方で、図-9の尤度分布コンター図からは、Case 1は弾塑性解析に k の影響がほとんどないために相関関係が読み取れないこと、Case 2は負の相関関係があること、Case 3は M の感度が低いため、ほぼ n_E に依存した関係を示していることがわかる。以上より、 k と Λ は n_E とともに同定対象とするパラメータとして有効である。

Case 1 と Case 2 を比較すると、図-6(b)、図-7(b)より両者の尤度は同程度であるとわかるが、上述したようにパラメータ k は独立しているため、Case 1の方が n_E, k ともに真値から離れた位置にある粒子の発達が少なく、 n_E とともに同定対象とするパラメータとしては、 k の方が同定値の算出がよりの確となると考えられる。 Λ は土の非排水強度に直接効果があるパラメータであり、 n_E と効果が重複するため、実験と整合する n_E と Λ の組み合わせが複数あることが予想される。

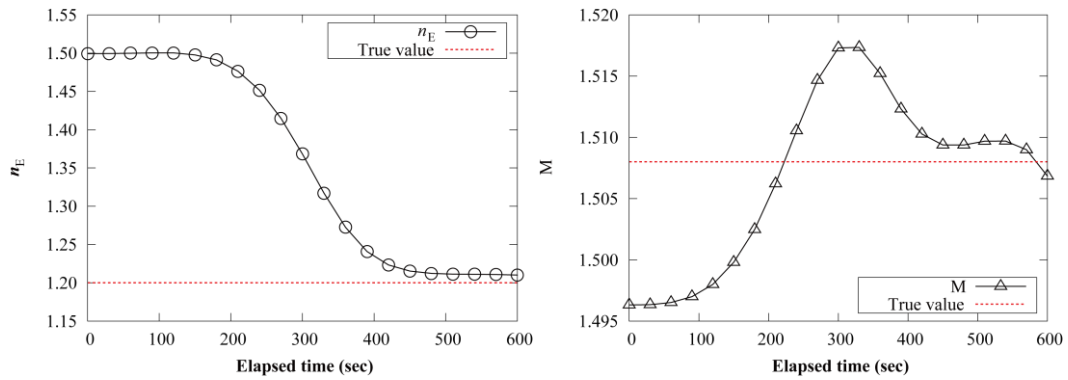


(a) 同定パラメータの経時変化

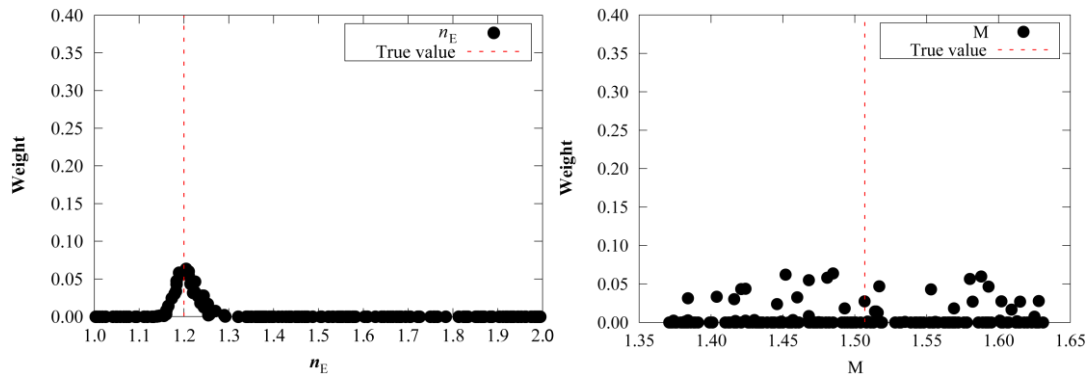


(b) 計測開始 10 分後の尤度分布

図-7 解析結果 (n_E , Λ)



(a) 同定パラメータの経時変化



(b) 計測開始 10 分後の尤度分布

図-8 解析結果 (n_E , M)

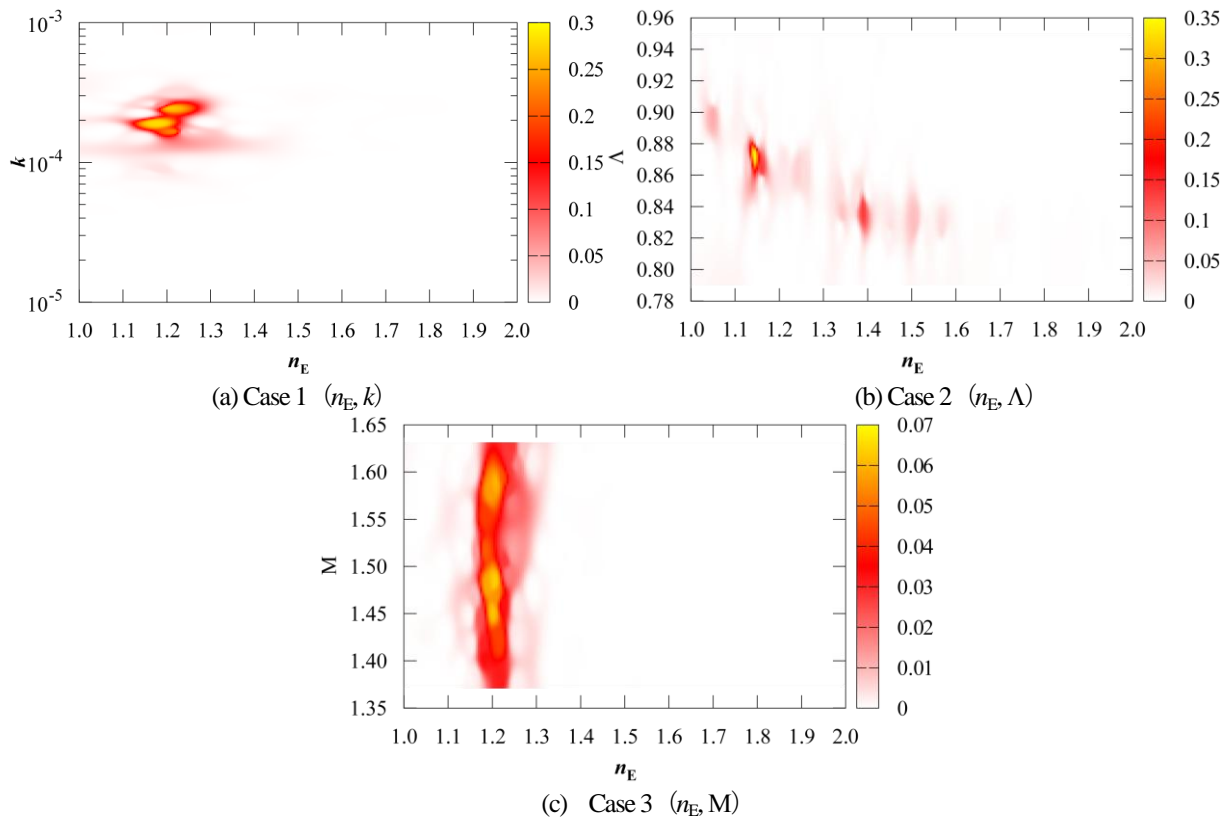


図-9 コンター図による計測開始10分後の尤度分布

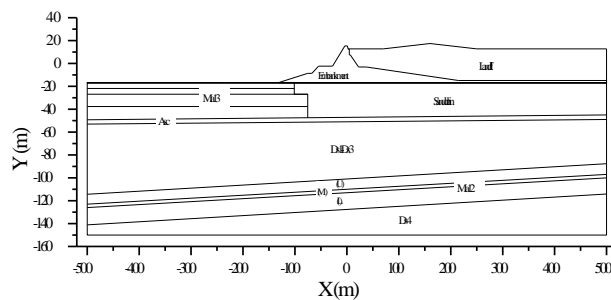


図-10 神戸港沖海底地盤の地盤構成^{13), 14)}

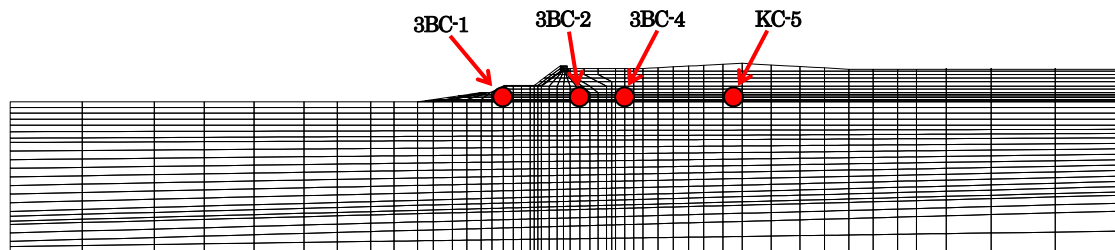


図-11 神戸港沖海底地盤の有限要素モデル

4. 実地盤挙動解析

4.1 解析概要

実地盤挙動に対する本手法の適用性を検討すべく、神戸空港島護岸建設工事に伴う基礎地盤の変形挙動観測デー

タ^{14), 15)}のうち、特に沈下挙動観測結果に基づいて水～土連成有限要素解析を行った。地盤構成を図-10に示す。解析に際して、神戸空港変形解析報告書における提案値を埋土や基礎地盤の地盤定数として採用した(表-5)^{5), 14)}。なお、表中の()はSDによる改良域の定数を表わす。また、

基礎地盤埋立土（護岸部、埋土部）および洪積砂層（Ds1-4）には線形弾性モデルを適用し、沖積粘性土（Ma13）や洪積粘性土層（Ma12）は弾塑性モデル（ECモデル）を用いた。

同定するパラメータとして、 n_E のみ（Case 1）、 n_E と透水係数 k （Case 2）、あるいは n_E と非可逆比 Λ （Case 3）の三組を選定した（表-6）。

図-11 は解析対象の有限要素モデルと観測点を示している。本研究では、海底面から厚さ約 33 m にわたり分布する軟弱粘性土層に打設されたサンドドレーン（SD）による改良域を均質なひとつの層とみなし、荷重条件、排水

条件、応力状態など、SD の打設により複雑となった地盤条件をすべて包括した地盤定数（マスパラメータ）として同定を試みた。 n_E については、沖積粘土層、洪積粘土層、SD による改良域を対象として、一括で同定を試みた。 k と Λ については、同定対象をSDによる改良域に限定し、その部分の地盤定数のみを同定する。また、観測データとして、経過日数510日までの海底面の沈下量（観測点3BC-1, 3BC-2, 3BC-4, KC-5の計4点）を用いた。サンプルの発生範囲を表-7に示す。分散 σ^2 は、経過日数510日時点での沈下量を S とし、 $\sigma^2 = (0.2S)^2$ とした。

表-5 解析に用いた地盤定数^{5),14)}

Soil layer	ν	λ	κ	e_i	M	$k(\text{m/day})$	K_i	OCR	
AC1	0.300	0.304	0.098	2.473	1.187	5.17×10^{-4} (5.38×10^{-2})	0.868 (1.000)	1.46 (1.00)	
AC2	0.300	0.313	0.113	2.150	1.117	2.00×10^{-4} (2.06×10^{-2})	0.790 (1.000)	1.41 (1.00)	
AC3-1(1)	0.300	0.339	0.115	2.037	1.157	1.43×10^{-4} (1.45×10^{-2})	0.773 (1.000)	1.36 (1.00)	
AC3-1(2)	0.300	0.321	0.094	1.851	1.239	1.06×10^{-4} (1.05×10^{-2})	0.750 (1.000)	1.33 (1.00)	
AC3-2(1)	0.300	0.365	0.124	1.924	1.157	9.42×10^{-5} (8.44×10^{-2})	0.729 (1.000)	1.20 (1.00)	
AC3-2(2)	0.300	0.378	0.152	1.975	1.044	7.98×10^{-5} (7.07×10^{-2})	0.746 (1.000)	1.19 (1.00)	
AC3-2(3)	0.300	0.387	0.123	1.876	1.191	7.42×10^{-5} (6.55×10^{-2})	0.719 (1.000)	1.19 (1.00)	
ASC	0.300	0.239	0.077	1.350	1.183	3.48×10^{-5}	0.780	1.59	
DS1	0.300	E=14000kN/m ²					8.64×10^{-1}	-	-
DS2	0.300	E=63000kN/m ²					8.64×10^{-1}	-	-
DS3	0.300	E=28000kN/m ²					8.64×10^{-1}	-	-
MAI2U	0.300	0.300	0.113	1.359	1.091	2.42×10^{-5}	0.813	1.48	
MAI2M	0.300	0.256	0.085	1.158	1.170	2.91×10^{-5}	0.737	1.28	
MAI2L	0.300	0.295	0.113	1.251	1.083	1.64×10^{-5}	0.816	1.50	
DS4	0.300	E=100000kN/m ²					4.32×10^{-1}	-	-

表-6 データ同化の実施ケース

	Parameters to be identified			Number of particles
	n_E	k (m/day)	Λ	
Case 1	○	-	-	200
Case 2	○	○	-	1000
Case 3	○	-	○	500

表-7 サンプルの発生範囲

Parameter	Range of value for particle generation
n_E	$0.5 \leq n_E \leq 7.0$
k (m/day)	$1.0 \times 10^{-7} \leq k \leq 1.0 \times 10^2$
Λ	$0.40 \leq \Lambda \leq 0.95$

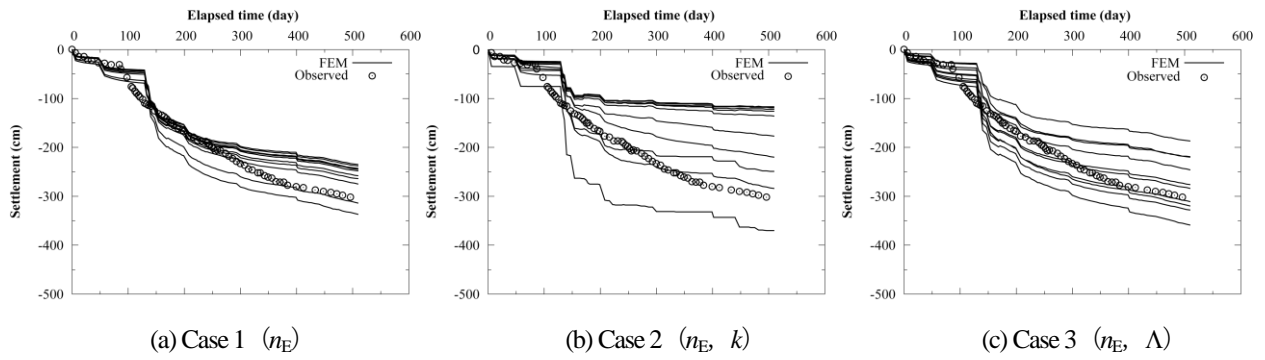


図-12 解析結果と実測値との比較 (3BC-1/10 samples)

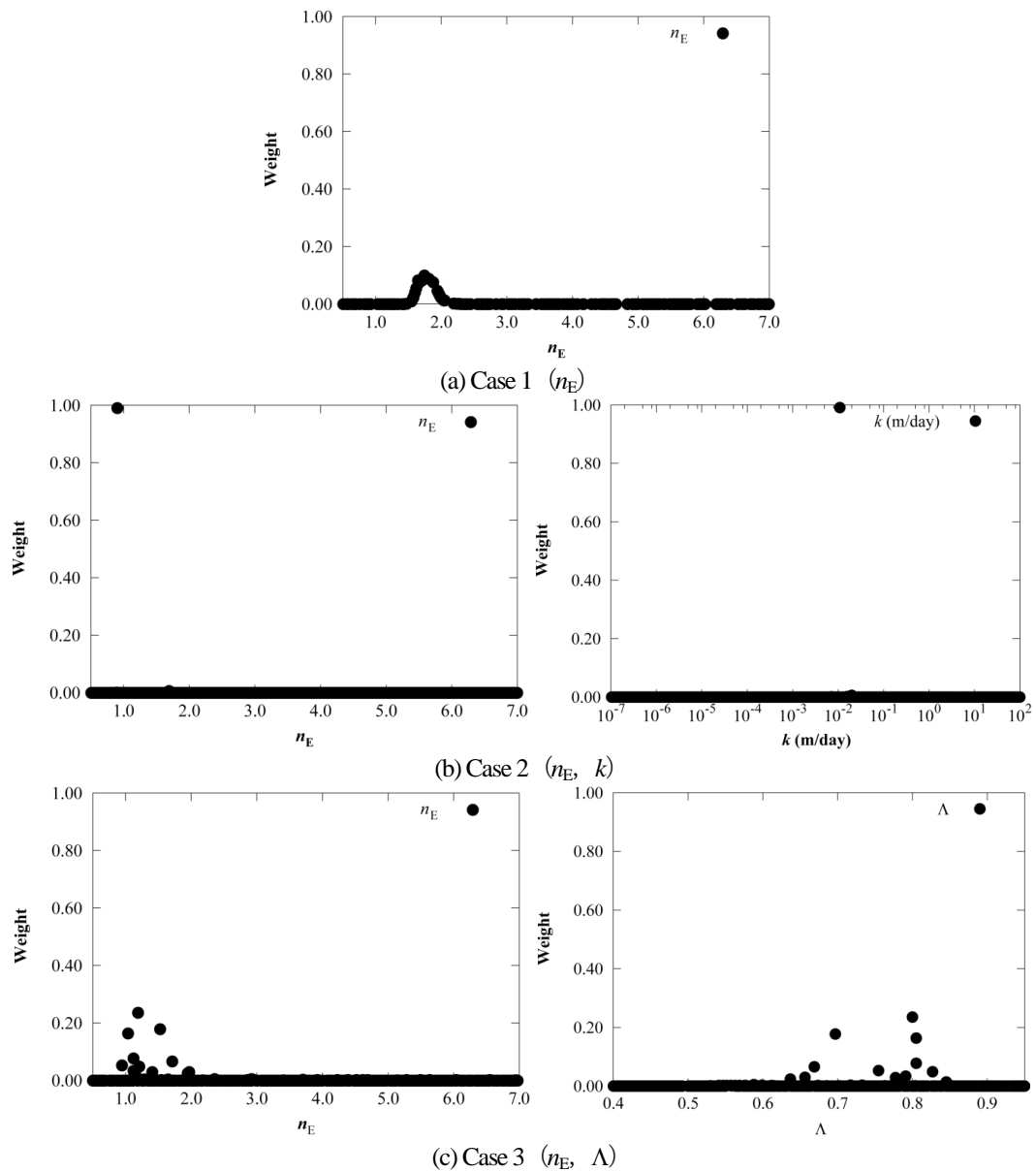


図-13 各 Case における 510 日時点での尤度分布

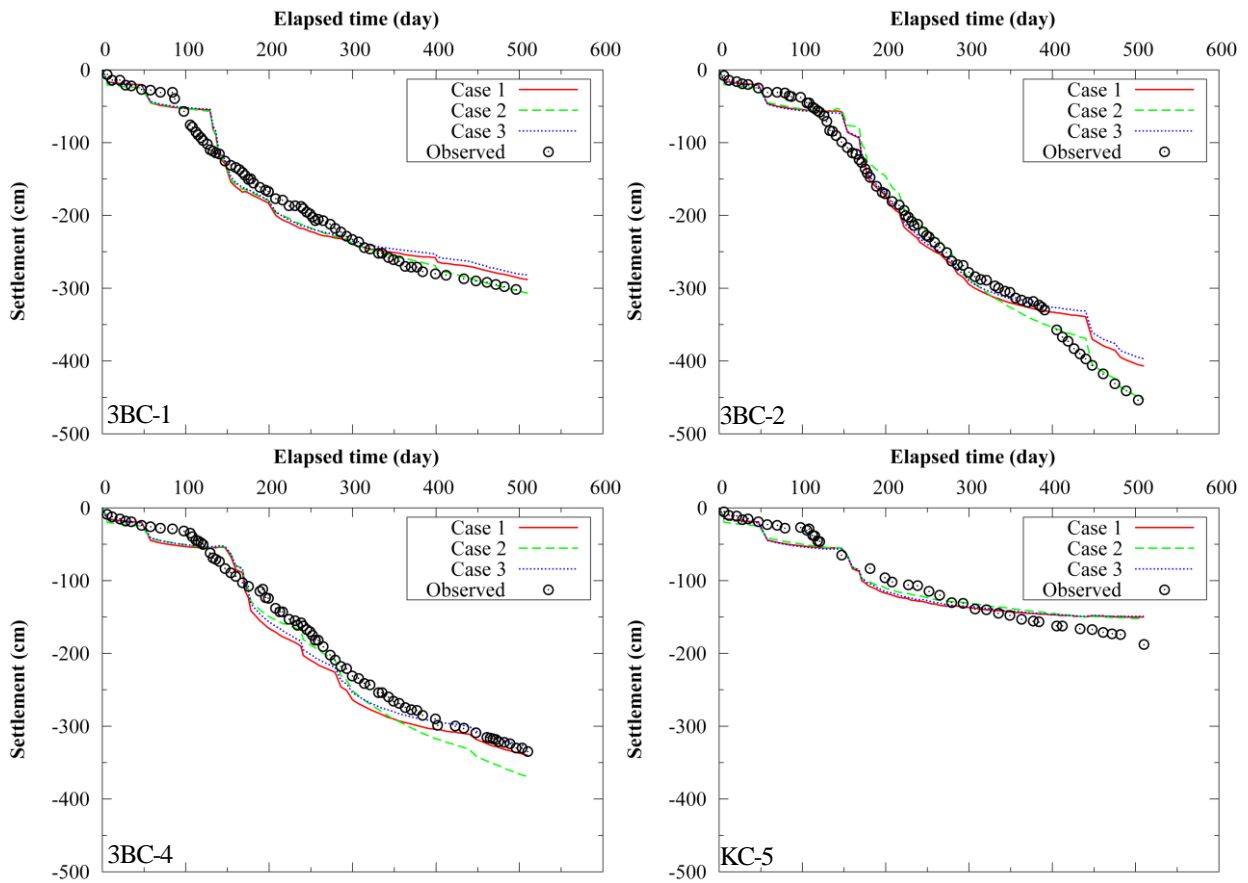


図-14 同定パラメータを用いた解析結果

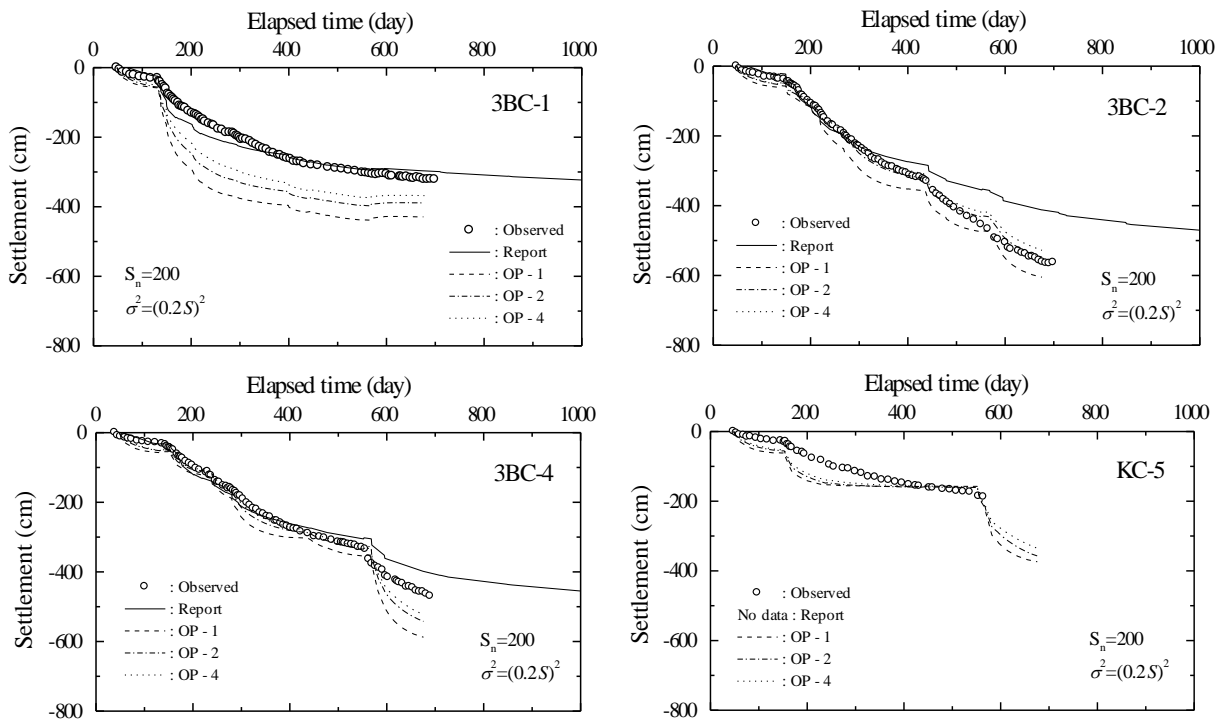


図-15 同定パラメータ (λ, k) を用いた解析結果 (従来のデータ同化手法)⁵⁾

4.2 解析結果

図-12 に表-7 に示した設定範囲内で各パラメータを変化させた際の解析結果 (3BC-1) を示す。実測値が解析値の範囲内に含まれていることから、設定範囲の広さは十分だと考えられる。また、いずれのパラメータも解析結果に影響を及ぼしているものの、その変化傾向としては似たようなものであることがわかる。

Case 1 (n_E)、Case 2 (n_E, k)、Case 3 (n_E, Λ) のそれぞれの 510 日時点での尤度分布図を図-13 に示す。図-13 では、いずれの Case においても、特定の範囲の粒子の重みが増していることが読み取れる。特に、Case 2 では $n_E = 1.0$ 、 $k = 10^2$ (m/day) 付近に存在する粒子の重みがおおよそ 1 となっており、Case 1 や Case 3 に比べて同定パラメータの収束が速いことがわかる。各パラメータの重みの発達傾向として、 n_E はいずれの Case においても安定していた。このことから、EC モデルを用いた本手法は実地盤に対しても十分適用できるといえる。

また、 k は早い段階から 1 つの解を特定する方向で尤度分布は発達しており、同定パラメータとしての高い有効性がわかる。このことから k に関して、比較的短い日数時点で同定されたパラメータを用いても、精度の高い予測が行えると考えられる。一方 Λ は、初期の段階では解が安定せず、一意に定まらなかったが、図-13 (c) からわかるように最終的には 1 つの解へと収束する傾向をみせた。上記 2 点から、同定の際には Λ より k のほうが扱いやすいパラメータであるといえる。

それぞれの Case において同定された値 (図-13 における重みの平均値) を用いて解析を行ったところ、全ての Case において予測精度は良好であった (図-14 : 510 日観測時点での同定パラメータによる)。図-14 において各 Case とも解析結果が似たものとなった原因としては、同定対象パラメータ以外のパラメータ、あるいはモデル化に起因することが考えられる。また、尤度計算に用いる分散・共分散行列 R_t の設定もその一因であると考えられる。この R_t は観測データとシミュレーション結果の信頼性を規定するものであり、パラメータの同定結果に大きな影響を及ぼす。本研究においては上述したように、各 Case とも、それぞれの観測地点での想定される最大沈下量を S とし、 $\sigma^2 = (0.2S)^2$ と一定の値を定めている。その結果、ターゲットとするパラメータによって解析結果 (沈下量の値) の範囲に違いが生じるものの、最終的な解析結果が同様になった理由として考えられる。このため、分散・共分散行列の適切な設定に関しては今後検討する余地がある。

図-15 は珠玖ら⁹⁾が行った解析結果 (456 日観測時点での同定パラメータによる) である。図中の実線 (Report) は、神戸空港変形解析報告書¹⁴⁾に示された予測結果であり、OP はデータ同化に用いた観測点数の違いを示す。データ同化に用いた観測日数や用いた有限要素シミュレーションソフトの違いがあるため、単純な比較は困難であるが、図-14 の OP-4 をみると、観測地点によっては解析結果と観測値に最大 100 cm 程度の誤差が生じている。一方で、図-13 では最大でも 50 cm 程度の誤差に留まっている。

以上のことより、全ての観測地点に対して高精度の予測をするのは困難であった従来のデータ同化手法⁵⁾に比べ、本手法は有効であるといえる。

5. まとめ

本研究では、EC モデルを組み込んだ水～土連成有限要素解析と PF とによるデータ同化により適切な弾塑性モデルを同定する手法を提案し、その手法の適用性・有効性を、三軸 CD 試験シミュレーション、実地盤挙動解析により検討した。その結果、得られた知見は以下のようになる。

- 1) EC/LC モデルに固有のパラメータ n_E, n_L を同定することにより、弾塑性モデルを同定することは可能であり、同時にパラメータの同定も行える。
- 2) 三軸 CD 試験のシミュレーションに提案法を適用した結果、 k, Λ の同定対象パラメータとして有効性を確認できた。
- 3) 同定された値を実地盤に対して使用することで、良好な予測結果を得ることができた。

謝辞 本研究の遂行にあたっては、科学研究費 (基盤研究 (A) 23248040 「データ同化による越流侵食リスクに基づく農業水利施設 (群) のアセットマネジメント」代表: 村上章) の援助を得た。記して深謝の意を表します。

付録

PF のアルゴリズムの概略を以下に示す⁵⁾。

はじめに、次の非線形状態空間モデルを考える。

$$\begin{aligned}x_t &= F_t(x_{t-1}) + v_t \\y_t &= H_t(x_t) + w_t\end{aligned}\quad (8)$$

ここに、ベクトル x_t, y_t はそれぞれ離散時間 $t = 1, \dots, T$ におけるシステムの状態と観測データを示し、ベクトル v_t と w_t は、システムノイズ、観測ノイズを示す。 F_t は一般に時間 $t-1$ から t までの非線形状態遷移関数を表し、本文では FEM により記述される。 H_t は観測値と状態変数の関係が線形であれば 1 または 0 から成る行列、非線形であれば関数を表す。地盤解析においては、状態ベクトル x_t は変位や間隙水圧ならびに未知数となるパラメータを示し、 y_t は観測される変位や間隙水圧を示す。

PF において、状態 x_t の確率密度関数は粒子から成る実現値集合 (アンサンブル) によって近似される。具体的に地盤解析における粒子は、解析に必要な地盤定数、およびその定数を用いて得られた解析結果、変形や間隙水圧を意味する。例えば、時刻 $t = t-1$ におけるフィルタ分布 $p(x_{t-1}|y_{t-1})$ は、実現値集合 $\{x_{t-1}^{(1)}, x_{t-1}^{(2)}, \dots, x_{t-1}^{(N)}\}$ により (上添字 (i) は粒子番号を表し、下添字 $t-1$ の左側は現時刻、右側は使用した観測の最後の時刻を表す) 、

$$p(x_{t-1}|y_{t-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_{t-1} - x_{t-1|t-1}^{(i)}) \quad (9)$$

と近似される。ここに δ は Dirac のデルタ関数を表し、 N は粒子数を表す。 $p(x_{t-1}|y_{t-1})$ は y_{t-1} が生じた下で x_{t-1} の生じる確率（条件付き確率）を表す。ただし、 y_{t-1} は $(y_1, y_2, \dots, y_{t-1})$ を意味する。状態 x_t の確率密度関数は、以下のアルゴリズムに従って、逐次的に更新される：

- (1) $i=1, \dots, N$ について確率分布 $p_0(x)$ に従う k 次元の乱数 $x_{00}^{(i)}$ を生成する。 $p_0(x)$ は、 x の時刻 $t=0$ における初期確率分布を表す。また、 $\tilde{w}_0^{(i)} = 1/N$ とする。
- (2) $t=1, \dots, N$ について以下に示す(a)~(c)のステップを実行する。
 - (a) 各 i ($i=1, \dots, N$) について i, ii を実行する。
 - i. $x_{t|t-1}^{(i)} = F_t(x_{t-1|t-1}^{(i)})$ を計算する。
 - ii. $l_t^{(i)} = p(y_t|x_{t|t-1}^{(i)})$ を計算する。 $p(y_t|x_{t|t-1}^{(i)})$ は $x_{t|t-1}^{(i)}$ が与えられた時の観測データ y_t の条件付き確率分布を表す。
 - (b) $W_t = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{t-1}^{(i)} l_t^{(i)}$ を計算する。
 - (c) $\tilde{w}_t^{(i)} = \tilde{w}_{t-1}^{(i)} l_t^{(i)} / W_t$ を計算し、 $x_{t|t}^{(i)}$ を求める ($x_{t|t}^{(i)}$ は時刻 t までの観測データを使用した時の i 番目の実現値、すなわち、フィルタ分布の実現値を表す。また、 $\tilde{w}_t^{(i)}$ を時刻 t における $x_{t|t}^{(i)}$ の重みと呼ぶ)。

上記の(2)(a) ii の $l_t^{(i)}$ は、 $x_{t|t-1}^{(i)}$ の観測データ y_t への当てはまりの程度（尤もらしさ）を表し、尤度と呼ばれる。例えば、式(8)の観測ノイズ w_t が観測誤差共分散 R_t の正規分布に従うと仮定するならば、粒子 $x_{t|t-1}^{(i)}$ の尤度は次式によって算定される。

$$p(y_t|x_{t|t-1}^{(i)}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_t|}} \exp \left[-\frac{(y_t - H(x_{t|t-1}^{(i)}))^T R_t^{-1} (y_t - H(x_{t|t-1}^{(i)}))}{2} \right] \quad (10)$$

ここで上付きの m は次元数を表す。
以上のアルゴリズムを図にまとめると、**図-16**となる。

参考文献

- 1) 太田秀樹：5. ダイラタンシーの研究—日本における動向— 講座 カムクレイに学ぶ、土と基礎、地盤工学会、Vol.41-10, No.429, pp.75-82, 1993.
- 2) 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸, 樋口知之：粒子フィルタによる地盤解析のデータ同化, 応用力学論文集, Vol.12, pp.99-105, 2009.
- 3) Shuku, T., Murakami, A., Nishimura, S., Fujisawa, K. and Nakamura, K.: Parameter identification for Cam-clay model in partially loading tests using the particle filter, *Soils and*

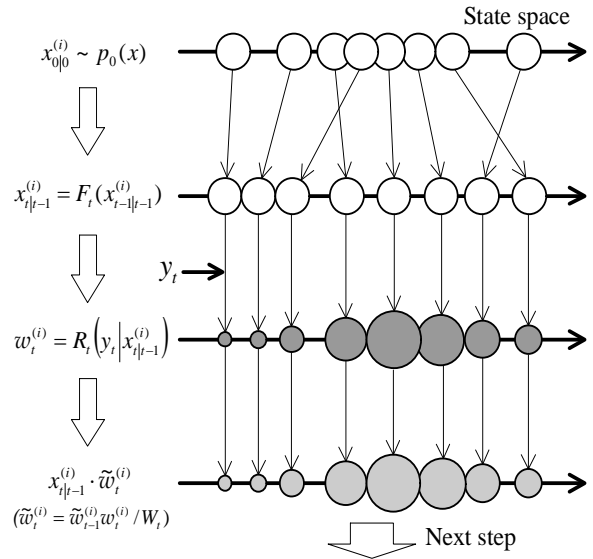


図-16 PFのアルゴリズム⁵⁾

Foundations, Vol.52, No.2, 2012.

- 4) 大野進太郎, 飯塚 敦, 太田秀樹：非線形コントラクタンスー表現関数を用いた土の弾塑性構成モデル, 応用力学論文集, Vol.9, pp.407-414, 2006.
- 5) 珠玖隆行, 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸：粒子フィルタによる神戸空港島沈下挙動のデータ同化, 応用力学論文集, Vol.13, pp.67-77, 2010.
- 6) Ohta, H. and Hata, S.: A theoretical study of the stress-strain relations for clays, *Soils and Foundations*, Vol.11 (3), pp.195-219, 1971.
- 7) 柴田 徹：粘土のダイラタンシーについて, 京都大学防災研究所年報6号, pp.128-134, 1963.
- 8) Henkel, D.J.: The shear strength of saturated remoulded clays, *Proc. Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, ASCE, pp.533-554, 1960.
- 9) Shibata, T. and Karube, D.: Influence of the variation of the intermediate principal stress on the mechanical properties of normally consolidated clays, *Proc. 6th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Engrg., Montreal*, Vol.1, pp.359-363, 1965.
- 10) 軽部大蔵, 栗原則夫：練り返し粘土のダイレイタンシーとせん断強度について, 土木学会論文報告集, No.135, pp.16-24, 1966.
- 11) 軽部大蔵, 原田柁四郎：練り返し粘土の平面変形条件について, 土木学会論文集, No.147, pp.1-9, 1967.
- 12) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays. Constitutive Equation of Soils, *Proc. Specialty Session 9, 9th Int. Conf. Soil Mech. & Found. Engrg., Tokyo*, pp.306-315, 1977.
- 13) Iizuka, A. and Ohta, H.: A determination procedure of input parameter in elasto-plastic finite element analysis, *Soils and Foundations*, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.
- 14) 神戸空港変形解析検討会：神戸空港変形解析報告書（平成14年10月），60pp, 2003.

- 15)長谷川憲孝, 松井 保, 田中泰雄, 高橋嘉樹, 南部光
広: 神戸空港海底地盤における沖積層の圧密特性, 土
木学会論文集 C, Vol.63, No.4, pp.923-935, 2007.

(2012年3月8日 受付)